

40^ociN

2025 ~ 40° Aniversario
de la Creación del Consejo
Interuniversitario Nacional



ESTADÍSTICA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Unidad 8 – *Series Cronológicas*

Ingenierías en: Recursos Hídricos, Informática, Ambiental,
Agrimensura e Inteligencia Artificial

Año 2025

Prof. Juan Pablo Taulamet

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Series Cronológicas

- Análisis
 - Representación gráfica
 - Suavizado
 - Aislar y eliminar componentes
 - Realizar predicciones

Suavizado

- Representación gráfica
- Promedio móvil
- Suavizado exponencial

Series Cronológicas

- Componentes
 - Tendencia
 - Estacionalidad
 - Variaciones Cíclicas
 - Variaciones Irregulares

Modelos

$$Y = T * E * CI$$

$$Y = T + E + CI$$

Modelo Multiplicativo

$$Y = T * E * CI$$

Hotel Los Silos

Se dispone de los datos tabulados del número de clientes (en miles) que este hotel ha recibido durante cada estación entre 2010 y 2014.

Los datos

	Verano	Otoño	Invierno	Primavera
2010	300	125	325	200
2011	250	150	375	175
2012	300	200	450	225
2013	350	225	460	249
2014	362	240	500	282

Situaciones a resolver

	Verano	Otoño	Invierno	Primavera
2010	300	175	325	200
2011	250	150	375	175
2012	300	200	450	225
2013	350	225	460	249
2014	362	240	500	282

- Use las herramientas disponibles para mejorar la apariencia de la gráfica de la serie y haga un pronóstico para el Verano de 2015.
- Si el hotel contrata 15 personas en el verano, ¿Cuántos empleados necesitará en el invierno, suponiendo iguales requerimientos de servicio?
- Aislar la tendencia y graficar todas las componentes en forma separada.

Suavizado Exponencial

10	W	0,5		
11	Estación	Año	Y	S
12	Verano	2010	300	300
13	Otoño	2010	125	212,5
14	Invierno	2010	325	268,8
15	Primavera	2010	200	234,4
16	Verano	2011	250	242,2
17	Otoño	2011	150	196,1
18	Invierno	2011	375	285,5
19	Primavera	2011	175	230,3
20	Verano	2011	300	265,1
21	Otoño	2012	200	232,6
22	Invierno	2012	450	341,3
23	Primavera	2012	225	283,1
24	Verano	2013	350	316,6
25	Otoño	2013	225	270,0

$$S_i = W * Y_i + (1 - W) * S_{i-1}$$

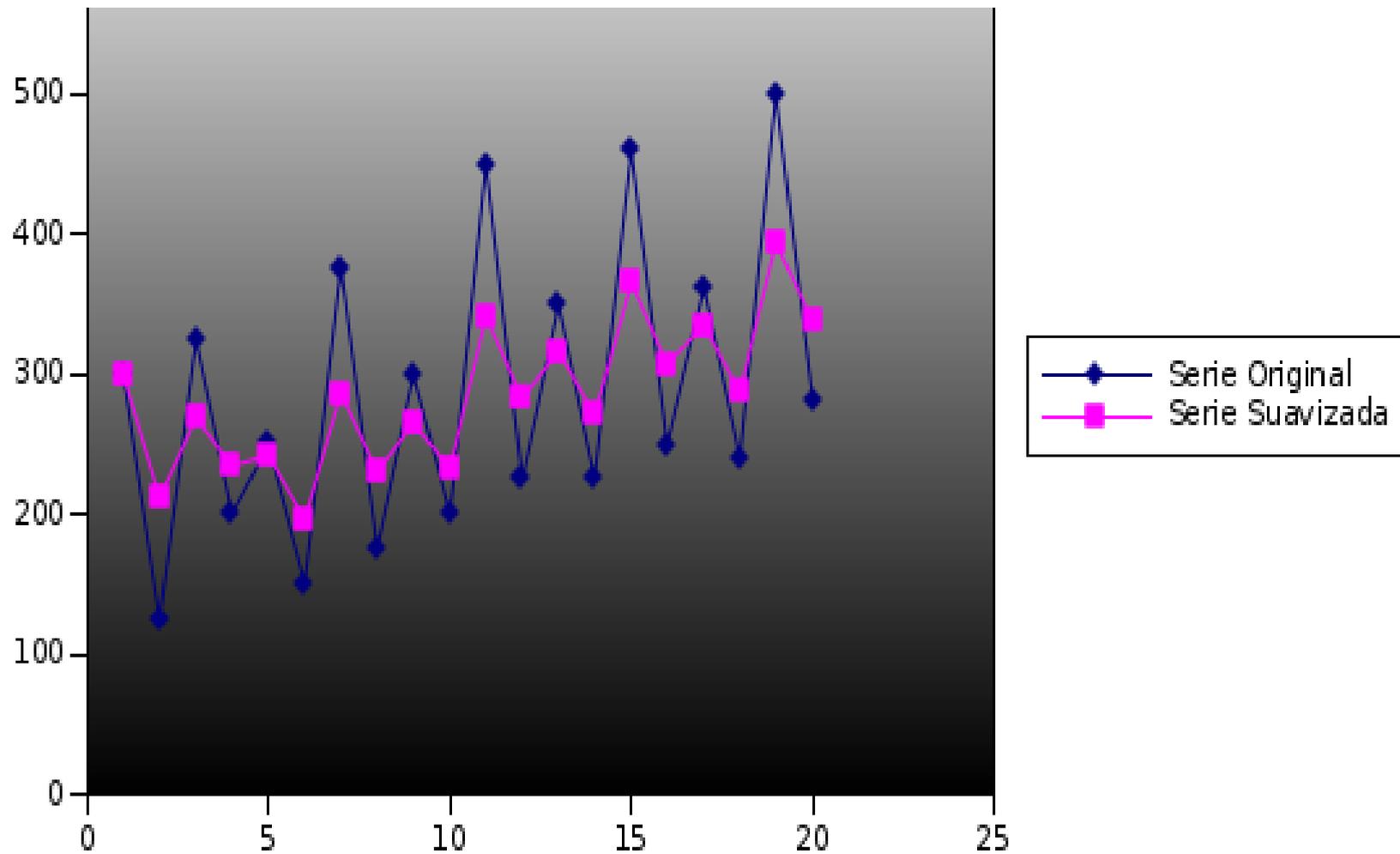
$$S_1 = Y_1$$

Suavizado Exponencial

W		0,5	
Estación	Año	Y	S
Verano	2010	300	300
Otoño	2010	125	212,5
Invierno	2010	325	268,8
Primavera	2010	200	234,4
Verano	2011	250	242,2
Otoño	2011	150	196,1
Invierno	2011	375	285,5
Primavera	2011	175	230,3
Verano	2012	300	265,1
Otoño	2012	200	232,6
Invierno	2012	450	341,3
Primavera	2012	225	283,1
Verano	2013	350	316,6
Otoño	2013	225	270,8
Invierno	2013	460	365,4
Primavera	2013	249	307,2
Verano	2014	362	334,6
Otoño	2014	240	287,3
Invierno	2014	500	393,6
Primavera	2014	282	337,8

Pronóstico para el
1^{er} trimestre de
2015: 337,8

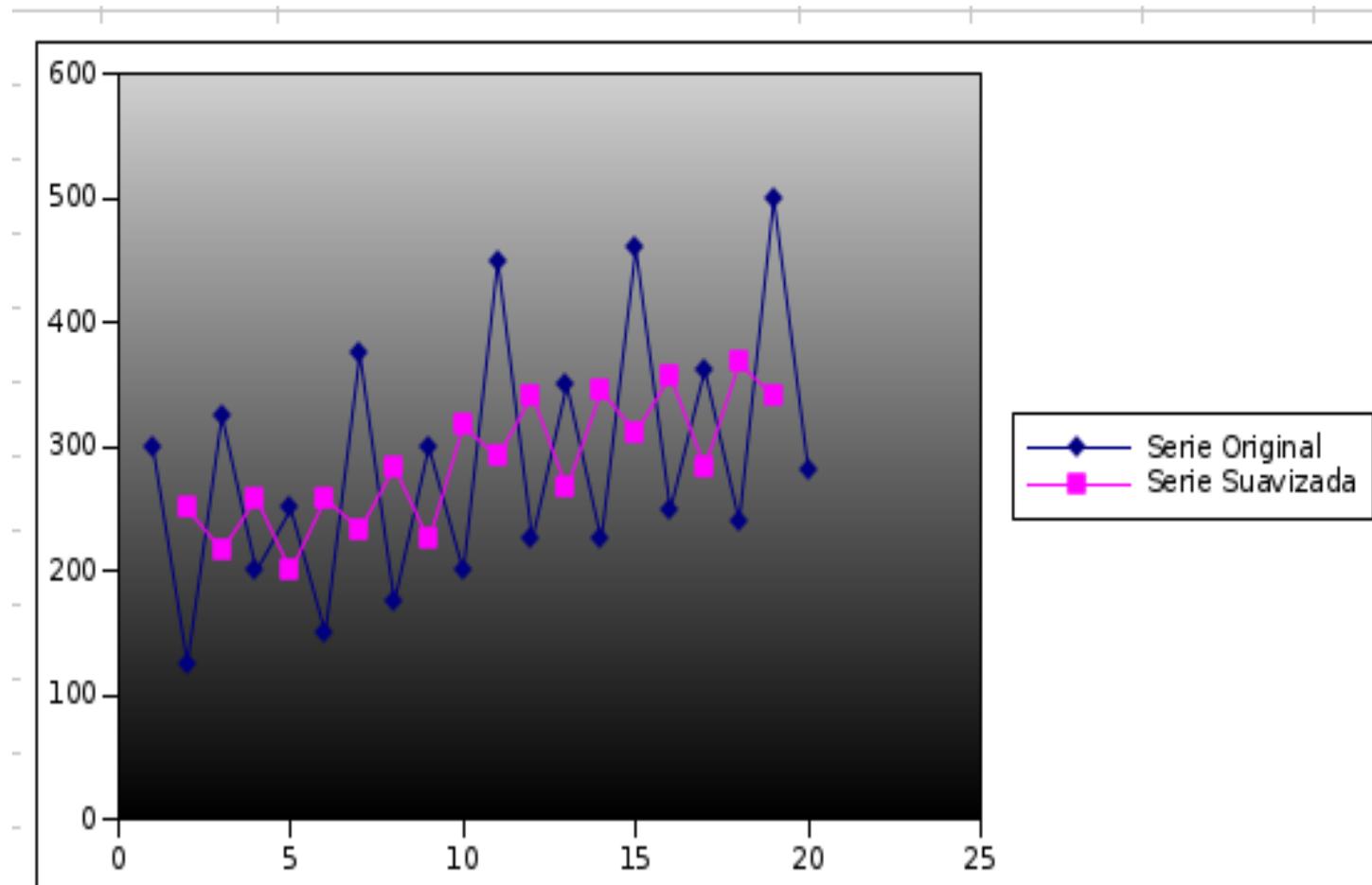
Suavizado Exponencial



Promedio Móvil de Orden 3

	A	B	C	D	E	F
10						
11	Estación	Año	Y	PM3		
12	Verano	2010	300			
13	Otoño	2010	125	=average(C12:C14)		
14	Invierno	2010	325	216,7		
15	Primavera	2010	200	258,3		
16	Verano	2011	250	200		
17	Otoño	2011	150	258,3		
18	Invierno	2011	375	233,3		
19	Primavera	2011	175	283,3		
20	Verano	2012	300	225		
21	Otoño	2012	200	316,7		
22	Invierno	2012	450	291,7		
23	Primavera	2012	225	341,7		
24	Verano	2013	350	266,7		
25	Otoño	2013	225	345		
26	Invierno	2013	460	311,3		

Promedio Móvil de Orden 3



Promedio Móvil de Orden 3

11	Estación	Año	Y	PM3
12	Verano	2010	300	
13	Otoño	2010	125	250
14	Invierno	2010	325	216,7
15	Primavera	2010	200	258,3
16	Verano	2011	250	200
17	Otoño	2011	150	258,3
18	Invierno	2011	375	233,3
19	Primavera	2011	175	283,3
20	Verano	2012	300	225
21	Otoño	2012	200	316,7
22	Invierno	2012	450	291,7
23	Primavera	2012	225	341,7
24	Verano	2013	350	266,7
25	Otoño	2013	225	345
26	Invierno	2013	460	311,3
27	Primavera	2013	249	357
28	Verano	2014	362	283,7
29	Otoño	2014	240	367,3
30	Invierno	2014	500	340,7
31	Primavera	2014	282	
32				

Se perdieron 2
datos (N-1)

Situaciones a resolver

	Verano	Otoño	Invierno	Primavera
<ul style="list-style-type: none"> Use las herramientas disponibles para mejorar la apariencia de la gráfica de la serie y haga un pronóstico para el Verano de 2015. 	300	125	125	200
<ul style="list-style-type: none"> Si el hotel contrata 15 personas en el verano, ¿Cuántos empleados necesitará en el invierno, suponiendo iguales requerimientos de servicio? 	250	150	375	175
<ul style="list-style-type: none"> Aislar la tendencia y graficar todas las componentes en forma separada. 	350	225	460	249
	362	240	500	282

Cálculo del Índice Estacional

Promedio Móvil de Orden 4

Estación	Año	X	Xc	Y	PM4	PM4C
Verano	2010	1	-19	300		
Otoño	2010	2	-17	125		
Invierno	2010	3	-15	325	=average(E8:E1	
Primavera	2010	4	-13	200	225	228,125
Verano	2011	5	-11	250	231,3	237,5
Otoño	2011	6	-9	150	243,8	240,625
Invierno	2011	7	-7	375	237,5	243,75
Primavera	2011	8	-5	175	250	256,25
Verano	2012	9	-3	300	262,5	271,875
Otoño	2012	10	-1	200	281,3	287,5
Invierno	2012	11	1	450	293,8	300
Primavera	2012	12	3	225	306,3	309,375
Verano	2013	13	5	350	312,5	313,75
Otoño	2013	14	7	225	315	318
Invierno	2013	15	9	160	321	322,5

¿Cómo codificar X?

Para calcular la variable X codificada, cargamos los datos y utilizamos la siguiente fórmula:

x_i = Numeramos los períodos

$$X_c = (x_i - \bar{x})^2$$

Obteniendo X_c

CODIF:

$2*(C8-average(C\$8:C\$27))$

	A	B	C	D	E	
7	Estación	Año	X	Xc	Y	
8	Verano	2010	1	-19	300	
9	Otoño	2010	2	-17	125	
10	Invierno	2010	3	-15	325	
11	Primavera	2010	4	-13	200	
12	Verano	2011	5	-11	250	
13	Otoño	2011	6	-9	150	
14	Invierno	2011	7	-7	375	
15	Primavera	2011	8	-5	175	
16	Verano	2012	9	-3	300	
17	Otoño	2012	10	-1	200	
18	Invierno	2012	11	1	450	
19	Primavera	2012	12	3	225	
20	Verano	2013	13	5	350	
21	Otoño	2013	14	7	225	

Cálculo del Índice Estacional

Promedio Móvil de Orden 4

CENTRADO

A	B	C	D	E	F	G	H
Estación	Año	X	Xc	Y	PM4	PM4C	Y/PM4C = I
Verano	2010	1	-19	300			
Otoño	2010	2	-17	125			
Invierno	2010	3	-15	325	237,5	=average(F10:F11)	
Primavera	2010	4	-13	200	225	228,125	0,9

Cálculo del Índice Estacional

$$Y / PMO4C = E$$

Estación	Año	X	Xc	Y	PM4	PM4C	Y/PM4C = E
Verano	2010	1	-19	300			
Otoño	2010	2	-17	125			
Invierno	2010	3	-15	325	237,5	231,25	1,41
Primavera	2010	4	-13	200	225	228,125	0,88
Verano	2011	5	-11	250	231,3	237,5	1,05
Otoño	2011	6	-9	150	243,8	240,625	0,62
Invierno	2011	7	-7	375	237,5	243,75	1,54
Primavera	2011	8	-5	175	250	256,25	0,68
Verano	2012	9	-3	300	262,5	271,875	1,10
Otoño	2012	10	-1	200	281,3	287,5	0,70
Invierno	2012	11	1	450	293,8	300	1,50
Primavera	2012	12	3	225	306,3	309,375	0,73
Verano	2013	13	5	350	312,5	313,75	1,12
Otoño	2013	14	7	225	315	318	0,71
Invierno	2013	15	9	460	321	322,5	1,43
Primavera	2013	16	11	249	324	325,875	0,76
Verano	2014	17	13	362	327,8	332,75	1,09
Otoño	2014	18	15	240	337,8	341,875	0,70
Invierno	2014	19	17	500	346		
Primavera	2014	20	19	282			

Cálculo del Índice Estacional

	2010	2011	2012	2013	2014	Mediana	IE
Verano		1,05	1,10	1,12	1,09	1,10	1,09
Otoño		0,62	0,70	0,71	0,70	0,70	0,70
Invierno	1,41	1,54	1,50	1,43		1,46	1,46
Primavera	0,88	0,68	0,73	0,76		0,75	0,75
					Sum	4,00	4,00
					FC	1,00	

Cálculo del Índice Estacional

	2010	2011	2012	2013	2014	Mediana	IE
Verano		1,05	1,10	1,12	1,09	1,10	1,09
Otoño		0,62	0,70	0,71	0,70	0,70	0,70
Invierno	1,41	1,54	1,50	1,43		1,46	1,46
Primavera	0,88	0,68	0,73	0,76		0,75	0,75
					Sum	4,00	4,00
					FC	1,00	

Verano (1,09).....15 empleados

Invierno (1,46).....X

$$\text{Empleados} = 15 * 1,46 / 1,09$$
$$20,09$$

Situaciones a resolver

	Verano	Otoño	Invierno	Primavera
➤ Use las herramientas disponibles para mejorar la apariencia de la gráfica de la serie y haga un pronóstico para el Verano de 2015.				
➤ Si el hotel contrata 15 personas en el verano, ¿Cuántos empleados necesitará en el invierno, suponiendo iguales requerimientos de servicio?				
➤ Aislar la tendencia y graficar por separado con las variaciones Cíclicas e Irregulares.				

Ubicamos los IE

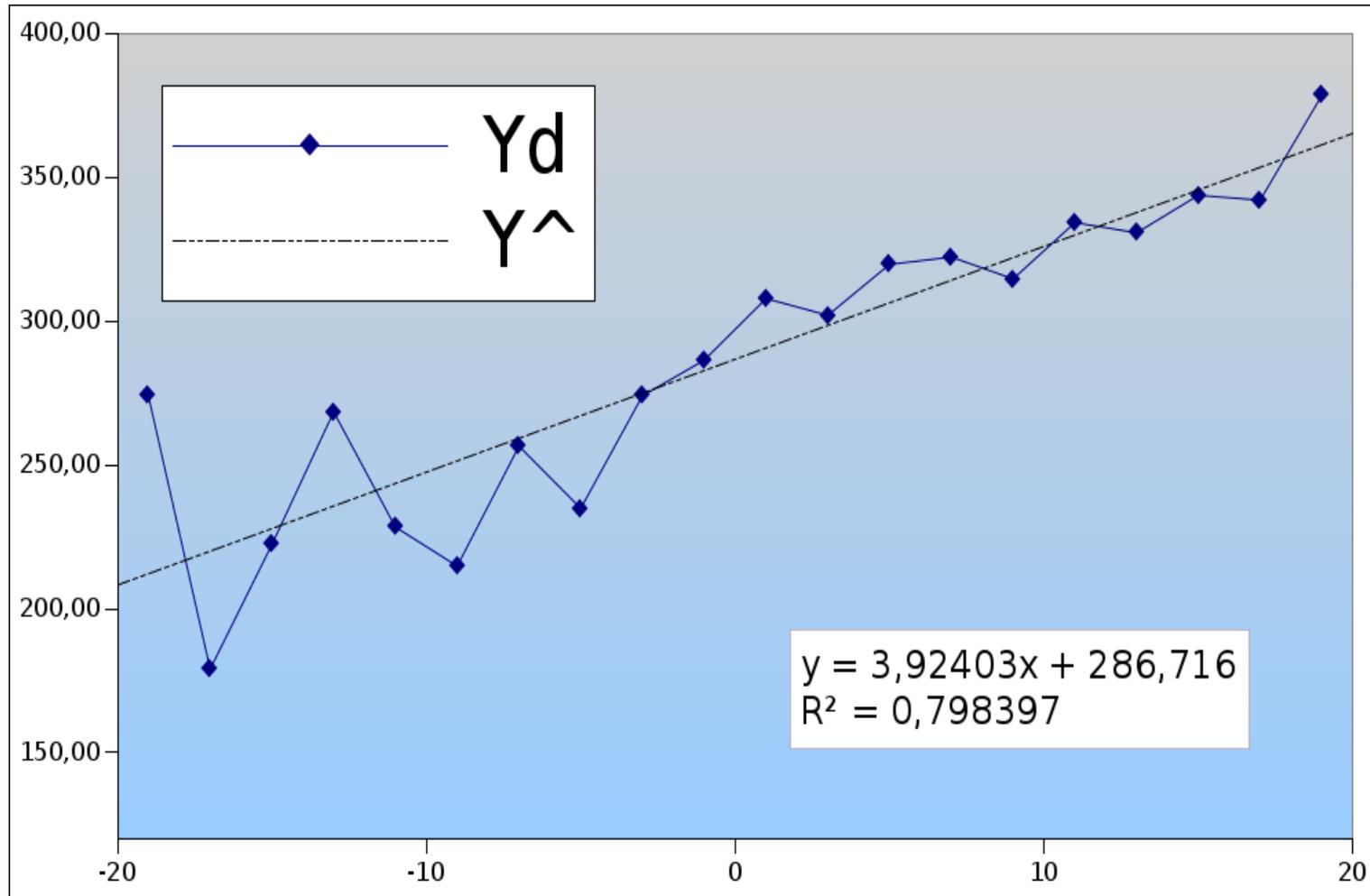
Estación	Año	X	Xc	Y	PM4	PM4C	Y/PM4C = E	I.E.
Verano	2010	1	-19	300				1,09
Otoño	2010	2	-17	125				0,70
Invierno	2010	3	-15	325	237,5	231,25	1,41	1,46
Primavera	2010	4	-13	200	225	228,125	0,88	0,75
Verano	2011	5	-11	250	231,3	237,5	1,05	1,09
Otoño	2011	6	-9	150	243,8	240,625	0,62	0,70
Invierno	2011	7	-7	375	237,5	243,75	1,54	1,46
Primavera	2011	8	-5	175	250	256,25	0,68	0,75
Verano	2012	9	-3	300	262,5	271,875	1,10	1,09
Otoño	2012	10	-1	200	281,3	287,5	0,70	0,70
Invierno	2012	11	1	450	293,8	300	1,50	1,46
Primavera	2012	12	3	225	306,3	309,375	0,73	0,75
Verano	2013	13	5	350	312,5	313,75	1,12	1,09
Otoño	2013	14	7	225	315	318	0,71	0,70
Invierno	2013	15	9	460	321	322,5	1,43	1,46
Primavera	2013	16	11	249	324	325,875	0,76	0,75
Verano	2014	17	13	362	327,8	332,75	1,09	1,09
Otoño	2014	18	15	240	337,8	341,875	0,70	0,70
Invierno	2014	19	17	500	346			1,46
Primavera	2014	20	19	282				0,75

Eliminamos IE

Y
desestacionalizada

Xc	Y	PM4	PM4C	Y/PM4C = E	I.E.	Yd = Y/I.E.
-19	300				1,09	274,03
-17	125				0,70	179,02
-15	325	237,5	231,25	1,41	1,46	222,31
-13	200	225	228,125	0,88	0,75	268,44
-11	250	231,3	237,5	1,05	1,09	228,36
-9	150	243,8	240,625	0,62	0,70	214,82
-7	375	237,5	243,75	1,54	1,46	256,51
-5	175	250	256,25	0,68	0,75	234,88
-3	300	262,5	271,875	1,10	1,09	274,03
-1	200	281,3	287,5	0,70	0,70	286,43
1	450	293,8	300	1,50	1,46	307,81
3	225	306,3	309,375	0,73	0,75	301,99
5	350	312,5	313,75	1,12	1,09	319,71
7	225	315	318	0,71	0,70	322,24
9	460	321	322,5	1,43	1,46	314,65
11	249	324	325,875	0,76	0,75	334,20
13	362	327,8	332,75	1,09	1,09	330,67
15	240	337,8	341,875	0,70	0,70	343,72
17	500	346			1,46	342,01
19	282				0,75	378,49

Estimamos la tendencia a partir de la Y_d



Aislamos la tendencia a partir de la Y_d

X_c	Y	PM4	PM4C	Y/PM4C = E	I.E.	$Y_d = Y/I.E.$	$Y_d^{\wedge} = T$
-19	300				1,09	274,03	$= 3,92403 * D12 + 286,716$
-17	125				0,70	179,02	220,01
-15	325	237,5	231,25	1,41	1,46	222,31	227,86
-13	200	225	228,125	0,88	0,75	268,44	235,70
-11	250	231,3	237,5	1,05	1,09	228,36	243,55
-9	150	243,8	240,625	0,62	0,70	214,29	251,40
-7	375	237,5	243,75	1,54	1,46	256,85	259,25
-5	175	250	256,25	0,68	0,70	250,00	267,10
-3	300	262,5	271,875	1,10	1,09	275,23	274,95
-1	200	281,3	287,5	0,70	0,70	285,71	282,80
1	450	293,8	300	1,50	1,46	308,22	290,65
3	225	306,3	309,375	0,73	0,75	301,99	298,49
5	350	312,5	313,75	1,12	1,09	319,71	306,34
7	225	315	318	0,71	0,70	322,24	314,18
9	460	321	322,5	1,43	1,46	314,65	322,03
11	249	324	325,875	0,76	0,75	334,20	329,88
13	362	327,8	332,75	1,09	1,09	330,67	337,73
15	240	337,8	341,875	0,70	0,70	343,72	345,58
17	500	346			1,46	342,01	353,42

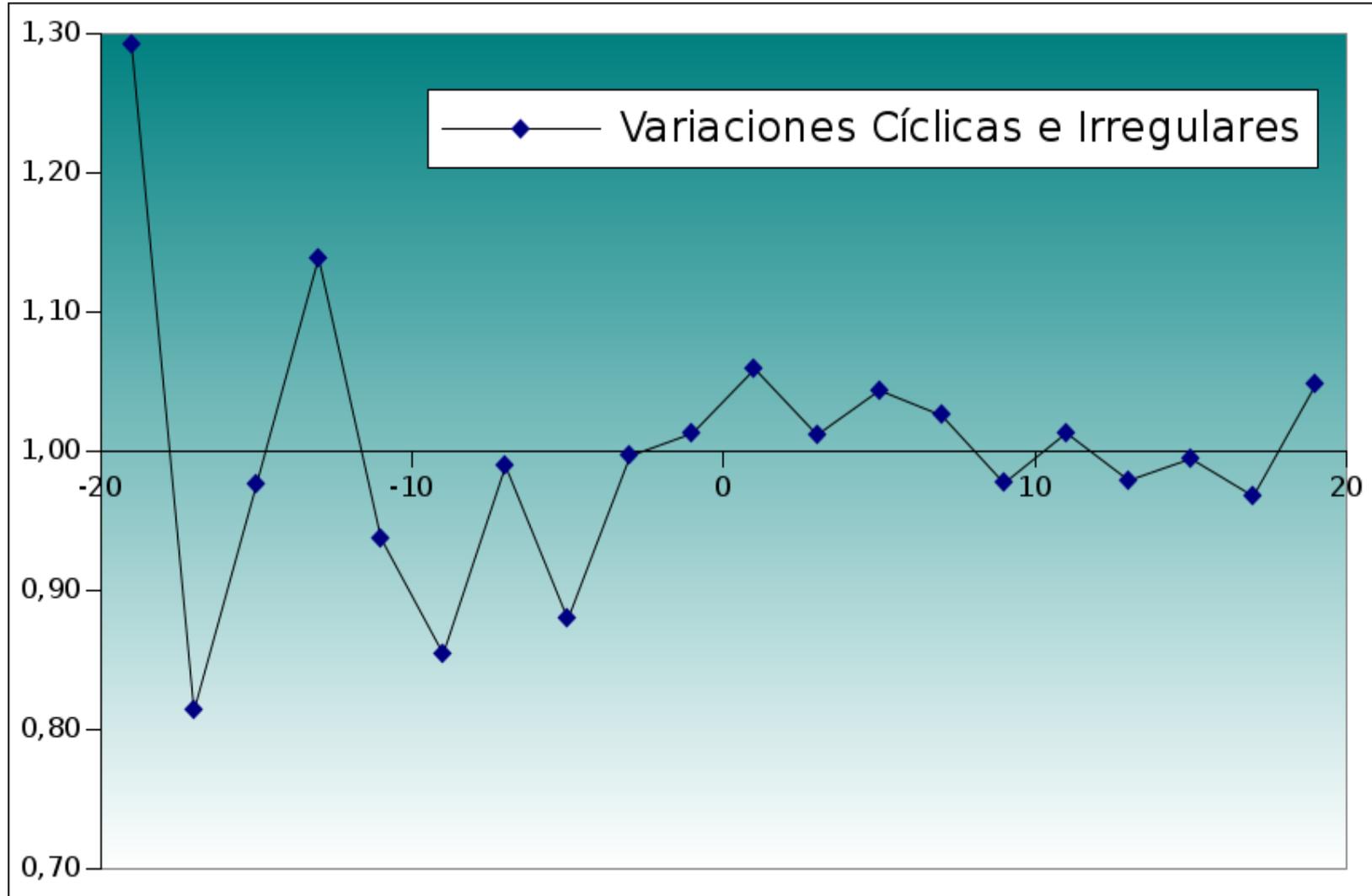
$$y = 3,92403x + 286,716$$

$$R^2 = 0,798397$$

Eliminamos la tendencia obteniendo CI

I.E.	$Y_d = Y/I.E.$	$Y_d^{\wedge} = T$	$Y_d/T=C*I$
1,09	274,03	212,16	1,29
0,70	179,02	220,01	0,81
1,46	222,31	227,86	0,98
0,75	268,44	235,70	1,14
1,09	228,36	243,55	0,94
0,70	214,82	251,40	0,85
1,46	256,51	259,25	0,99
0,75	234,88	267,10	0,88
1,09	274,03	274,94	1,00
0,70	286,43	282,79	1,01
1,46	307,81	290,64	1,06
0,75	301,99	298,49	1,01
1,09	319,71	306,34	1,04
0,70	322,24	314,18	1,03
1,46	314,65	322,03	0,98
0,75	334,20	329,88	1,01
1,09	330,67	337,73	0,98
0,70	343,72	345,58	0,99
1,46	342,01	353,42	0,97
0,75	378,49	361,27	1,05

Graficamos CI



Predicción vs Pronóstico

Predicción: es la estimación del **valor medio de Y** dado un valor particular de X.

$$\hat{Y}_h = a + bX_h$$

Pronóstico: es la estimación **de un sólo valor de Y** dado un valor particular de X.

$$\tilde{Y}_h = a + bX_h$$

Predicción vs Pronóstico

PREDICCIÓN

$$\left(\hat{Y}_h \pm t_{n-2; 1-\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_{pred} \right)$$

$$\hat{\sigma}_{pred} = \hat{S}_{y/x} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}}$$

$$S_{y/x}^2 = \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}$$