# UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

## FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS HÍDRICAS

**ESTADÍSTICA**

**PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**

*NOTAS DE INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA*

*UNIDAD 1 - PARTE A - PROBABILIDAD*
*NOCIONES INICIALES*

**Responsable de cátedra:** Prof. Juan Pablo Taulamet

**Equipo de cátedra:** ***Auxiliares:*** Ing. Ana Lisa Eusebi (JTP) - Prof. Fátima Bolatti (JTP) - Lic. Denis Lizazo Torres (Ay. 1°) ***Ayudantes:*** AIA Cristian Bottazzi - Téc. Eliana García

**Carreras:** Ingeniería en Recursos Hídricos - Ingeniería en Informática - Ingeniería Ambiental - Ingeniería en Agrimensura - Ingeniería en Inteligencia Artificial

**AÑO ACADÉMICO 2025 - PRIMER CUATRIMESTRE**

## SOBRE ESTE DOCUMENTO

Las presentes notas de introducción, se encuentran destinadas a brindar una orientación para el estudio, durante el cursado de las asignaturas Estadística y Probabilidad y Estadística correspondientes a las siguientes carreras: Ingeniería en Recursos Hídricos, Ingeniería en Informática, Ingeniería en Agrimensura, Ingeniería Ambiental e Ingeniería en Inteligencia Artificial.

Este documento fue actualizado por última vez el día 20/03/25 a las 14:33:37 hs.

## ETIMOLOGÍA DE LA PALABRA ESTADÍSTICA

La estadística (la forma femenina del término alemán Statistik, derivado a su vez del italiano statista, «hombre de Estado») es la disciplina que estudia la **variabilidad**, así como el proceso aleatorio que la genera siguiendo las leyes de la **probabilidad**. Cuando este conocimiento se aplica a las ciencias fácticas, el proceso de investigación requiere la recolección, organización, **análisis**, **interpretación** y **presentación** de los **datos**. (Wikipedia, 2024)

## NOCIONES INICIALES

Para el abordaje de las primeras unidades de la materia vinculadas con la "Teoría de la probabilidad", se proponen a continuación algunas nociones elementales que permitirán introducir el tema.

## EXPERIMENTO ALEATORIO

Un experimento aleatorio (EA) es cualquier actividad, proceso o fenómeno que puede repetirse indefinidamente, respetando las mismas condiciones y producirá un resultado dentro de un conjunto de resultados conocido, aunque no se tenga la certeza de cuál de los resultados se obtendrá.

*Ejemplos*

Se propone como EA, el hecho de lanzar un dado de 6 caras. Si el dado no está cargado, es sabido que el resultado será el número de alguna de las 6 caras, pero no puede saberse qué numero saldrá en cada lanzamiento.

Otro ejemplo podría ser efectuar la medición de alguna magnitud de temperatura en un determinado tiempo y lugar, no se sabe qué valor arrojará, pero será un número dentro de los reales.

## ESPACIO MUESTRAL

Cada uno de los resultados elementales posibles del EA se denomina punto muestral y el conjunto de todos ellos conforman el Espacio Muestral (EM). Si bien no es posible saber qué punto del EM se obtendrá como resultado del EA, es seguro que será uno de los contenidos del EM. El EM se suele identificar de manera nominal con la letra E o la S y puede definirse en forma simbólica y representarse gráficamente mediante un diagrama de Venn.

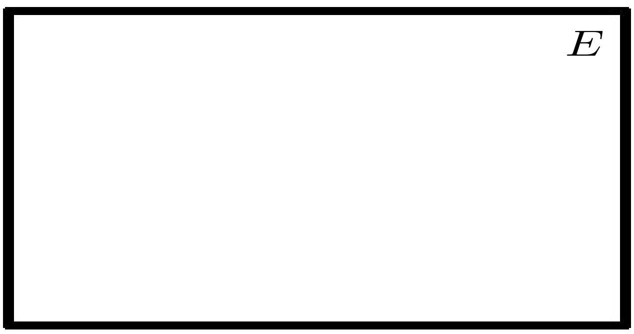
*Ejemplo*

Si se considera el ejemplo e EA de lanzar el dado de seis caras, el conjunto de resultados posibles se puede representarse de manera coloquial como “alguno de los seis números del dado”. A continuación se ofrece una representación simbólica y una gráfica mediante un diagrama de Venn.

*Simbólicamente*

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

*Gráficamente*




En el diagrama de Venn, puede representarse el EM con la letra E, la letra S u omitirse. Se propone este diagrama para darle una utilidad de tipo esquemática y no como una representación gráfica realizada “a escala”.

## RESULTADO Y EVENTO O SUCESO

Cada uno de los resultados posibles del EA que conforman el EM se conocen como puntos del espacio muestral.

Se denomina Evento o Suceso a un punto o a un conjunto de puntos del espacio muestral. Un evento suele definirse mediante la asociación de una letra mayúscula, que representará la ocurrencia del mismo y podrá expresarse tanto simbólicamente con una letra como en forma coloquial.

*Ejemplo*

Continuando con ejemplo anterior, se propone pensar en el evento que implica que se obtenga un número par con las siguientes definiciones:

*Definición coloquial*

$P$ : *"El número obtenido es par"*

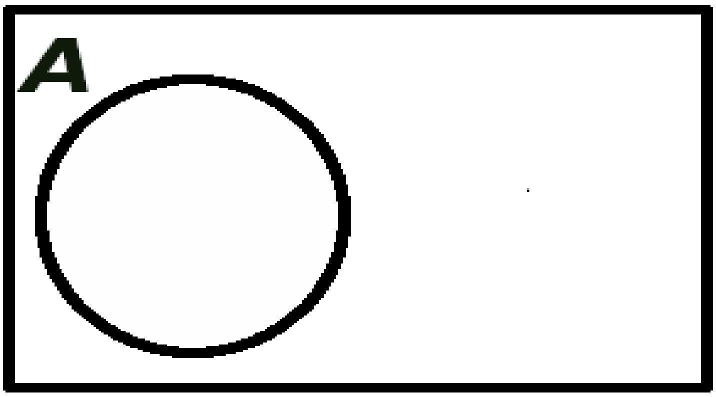
*Definición simbólica*

$$P = \{2, 4, 6\}$$

*Representación gráfica*

Para representar gráficamente uno o más eventos se utilizará un diagrama de Venn. Imagiinar que un círculo representa un evento que contiene uno o más puntos elementales del EM.

*Ejemplo*




**RELACIONES ENTRE EVENTOS**

A partir de la definición de un conjunto de eventos es posible definir relaciones entre los mismos. A continuación se abordarán las siguientes: Unión, Intersección, Complementariedad, Excluyencia, Exhaustividad y Dependencia.

**UNIÓN ENTRE EVENTOS**

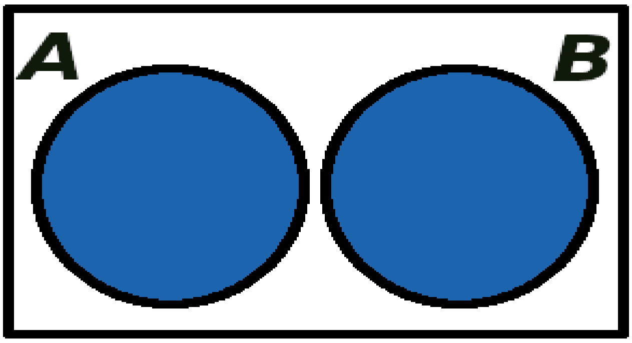
La unión de dos eventos, representa la suma de los conjuntos de puntos en el espacio muestral que contiene cada evento. De esta forma, dados dos eventos denotados por A y B, el conjunto de puntos que representa la unión de dichos eventos, se puede denominar como “la unión de A con B” o “la unión de A y B” y contendrá todos los puntos del EM que se encuentren en A y/o en B.

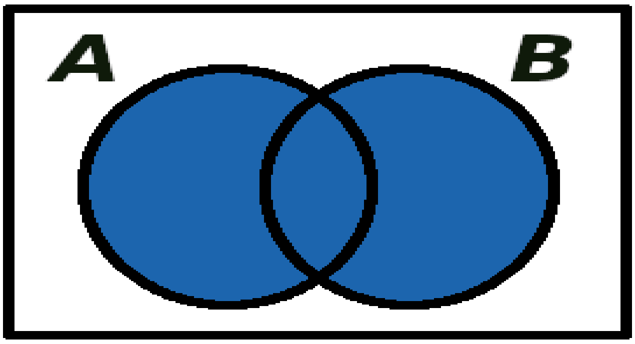
*Simbólicamente*

$$A \cup B$$

La representación gráfica de la unión, se puede realizar pintando los puntos incluidos en la misma, en el Diagrama de Venn.

A continuación se presentan dos ejemplos, uno incluyendo dos eventos que no tienen puntos en común (Izquierda) y otro que incluye dos eventos que tienen puntos en común (Derecha).



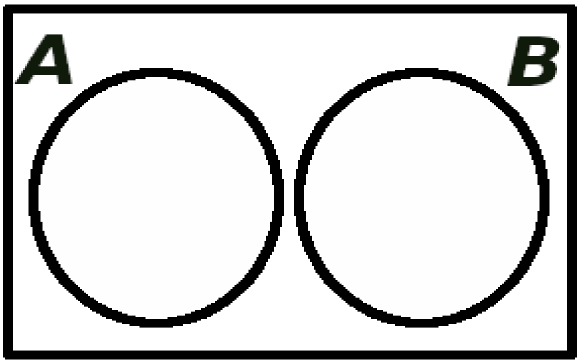

**INTERSECCIÓN ENTRE EVENTOS**

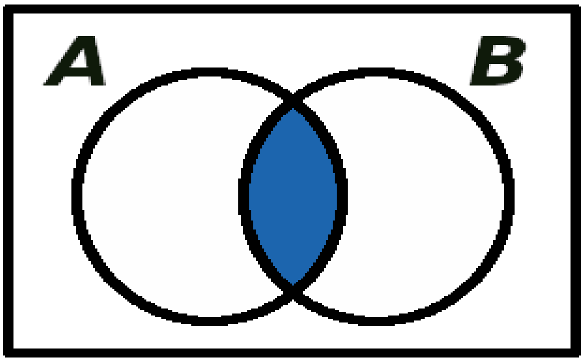
La intersección de dos eventos, representa el conjunto de los puntos del espacio muestral que se encuentran contenidos en ambos eventos. De esta forma, dados dos eventos denotados por A y B, el conjunto de puntos que representa la intersección de dichos eventos, se puede denominar la “intersección de A con B” o “intersección de A y B” y contendrá todos los puntos del EM que se encuentren en A y en B.

*Simbólicamente*

$$A \cap B$$

La representación gráfica de la intersección, se puede realizar pintando los puntos incluidos en la misma en el Diagrama de Venn. A continuación se presentan dos ejemplos, uno incluyendo dos eventos que no tienen puntos en común (Izquierda) y otroque incluye dos eventos que tienen puntos en común (Derecha).




En el gráfico de la izquierda se observa observar que la intersección no representa ningún punto en el EM.

## REFERENCIA A UN SÓLO EVENTO

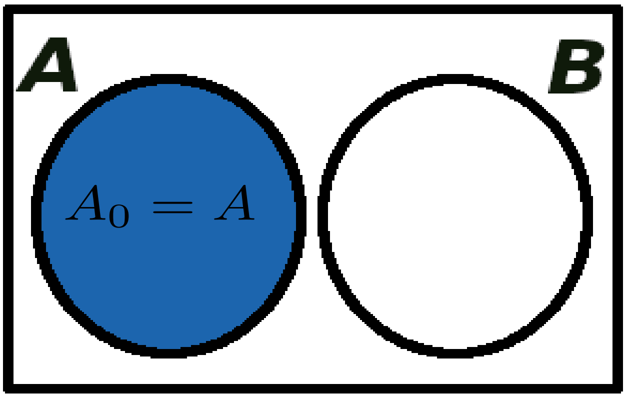
Cuando dos eventos poseen una intersección puede utilizarse una notación con subíndice cero, para hacer referencia a los puntos que se encuentran sólo en el evento referenciado, es decir aquellos que no forman parte de la intersección.

Por ejemplo, cuando un evento A posee intersección con B, la notación A0 hace referencia a los puntos que están sólo en A, y no se encuentran en B.

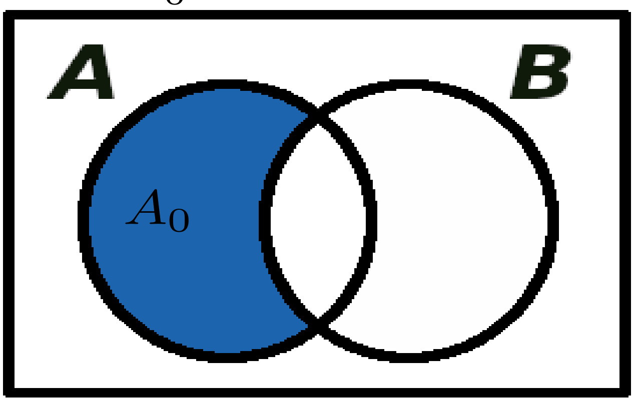
Simbólicamente

$$A_0 = A - A \cap B$$

*Gráficamente*




$$A_0 = A - A \cap B$$



## EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

Como se ha visto, cuando dos eventos no tienen puntos en común, la intersección de los mismos no incluye ningún punto en el espacio muestral. En ese caso, se dice que los eventos son Mutuamente Excluyentes (ME) y su intersección representa el conjunto vacío. A continuación les ofrecemos la representación gráfica y la expresión simbólica correspondiente a dos eventos A, B que son mutuamente excluyentes.

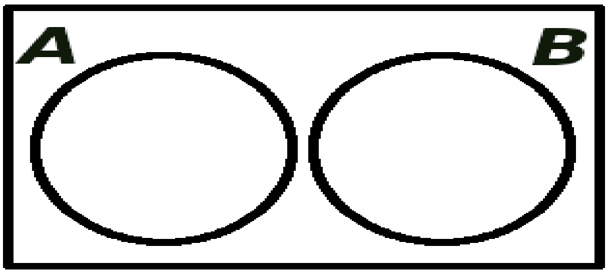
*Coloquialmente*

"A y B son eventos excluyentes" o "A y B son mutuamente excluyentes"

*Simbólicamente*

$$A \cap B = \Phi$$

*Gráficamente*

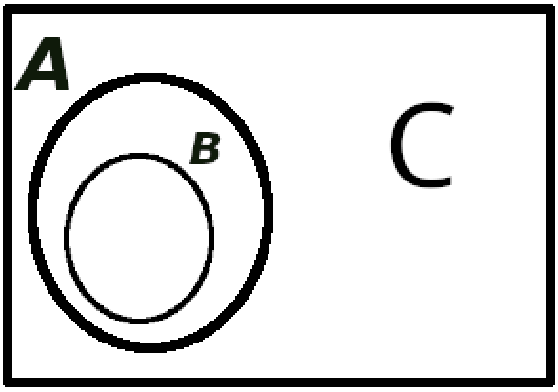



El ejemplo presentado en el diagrama de Venn, presenta dos eventos A y B que son mutuamente excluyentes, porque no tienen puntos en común, es decir su intersección representa un conjunto vacío. A continuación, se verán otros ejemplos de eventos que son ME pero cumplen además con otras condiciones.

## EXHAUSTIVIDAD

Cuando la unión de dos o más eventos representa todos los puntos del EM, se dice que dichos eventos conforman un sistema exhaustivo o son exhaustivos. A continuación se presenta un diagrama correspondiente a dos eventos exhaustivos:

*Ejemplo con eventos no excluyentes*




En este ejemplo, los eventos A, B y C no son excluyentes, porque el evento A incluye al evento B, es decir que la intersección entre ambos no representa al conjunto vacío. Más adelante se verá un ejemplo de eventos exhaustivos y a la vez excluyentes.

## EVENTOS COMPLEMENTARIOS

Cuando un evento representa todos los puntos del espacio muestral que no se encuentran incluidos en algún otro evento en particular, se dice que ambos eventos son complementarios. De esta forma, dado un evento A, el complemento de A, representa todos los puntos del EM que no se encuentran en A y se simboliza con una línea sobre la letra A. La unión de eventos complementarios configura todo el EM (Es decir conforman un sistema exhaustivo).

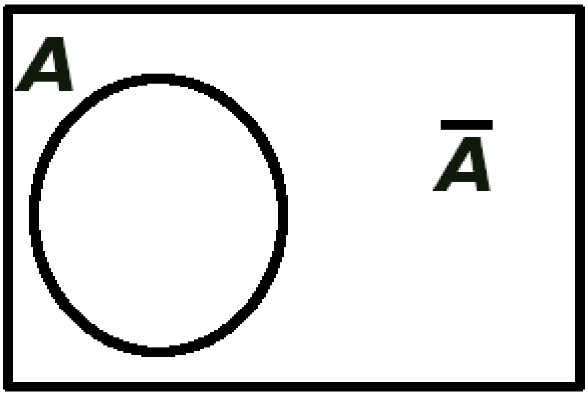
*Coloquialmente*

"Complemento de A"

*Simbólicamente*

$$\overline{A}$$

*Gráficamente*




*Intersección de eventos complementarios*

La intersección de dos eventos que son complementarios representa el conjunto vacío.

*Simbólicamente*

$$A \cap \overline{A} = \phi$$

*Excluyencia de eventos complementarios*

Por lo anterior, si dos eventos son complementarios, entonces serán mutuamente excluyentes. Lo inverso no siempre puede asegurarse y dependerá de la unión de los mismos, tal como se mencionará a continuación.

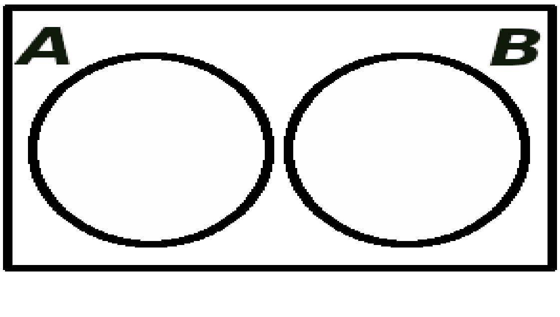
*Complementariedad de eventos ME*

Si dos eventos son mutuamente excluyentes, serán además complementarios solo sí son exhaustivos. Se ofrece a continuación las representaciones de cada caso.

*Ejemplo de eventos excluyentes y no complementarios*

Los eventos A y B son excluyentes, pero no son complementarios porque no son además exhaustivos, es decir, no ocupan todo el espacio muestral.

*Gráficamente*



*Simbólicamente*

$$A \cap B = \Phi$$
$$A \cup B \neq E$$

*Ejemplo de eventos excluyentes y complementarios*

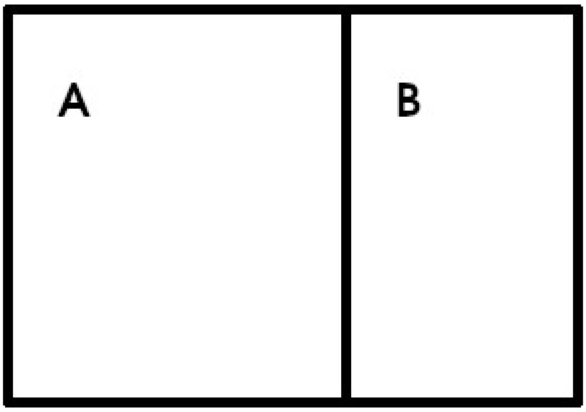
Los eventos A y B son excluyentes, pero además son complementarios porque son exhaustivos, es decir su unión ocupa todo el EM. Es posible utilizar trazos rectos para separar eventos excluyentes y exhaustivos en el diagrama de Venn.

*Simbólicamente*

$$A \cap B = \Phi$$

$$A \cup B = E$$

*Gráficamente*




*Unión de eventos complementarios*

Cuando dos eventos son complementarios, la unión de los mismos incluye a todos los puntos del EM. Esto puede expresarse simbólicamente de la siguiente forma:

$$A \cup \overline{A} = E$$

*Exhaustividad de eventos complementarios*

Tal como se ha establecido, cuando la unión de dos o más eventos representa todos los puntos del EM, se dice que dichos eventos conforman un sistema exhaustivo o son exhaustivos. Por lo tanto, si dos eventos son complementarios entre sí, serán además exhaustivos. A su vez, si dos eventos son exhaustivos, podrán ser o no complementarios dependiendo de si son excluyentes.

## SISTEMA EXHAUSTIVO COLECTIVO Y EXCLUYENTE DE EVENTOS

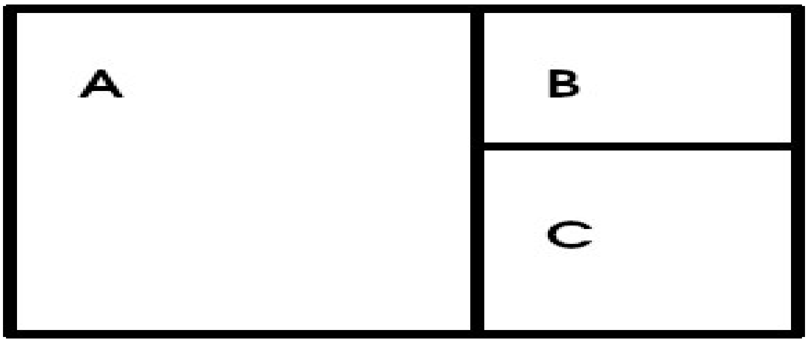
A partir de la combinación de las algunas nociones anteriores, se puede definir un sistema exhaustivo colectivo y excluyente de eventos, como un conjunto de eventos que cumple dos condiciones:

- Los eventos son mutuamente excluyentes, es decir que no poseen puntos en común entre sí.
- La unión de todos los eventos es exhaustiva, es decir que incluye a todos los puntos del EM.

*Simbólicamente*

$$A \cap B = B \cap C = A \cap C = \phi$$
$$A \cup B \cup C = E$$

*Gráficamente*




## DEPENDENCIA

Se dice que dos eventos son dependientes, cuando la ocurrencia de uno afecta o influye en la ocurrencia del otro. Si por el contrario, la ocurrencia de un evento no influye en la ocurrencia del otro, se dice que son eventos independientes.

*Dependencia de eventos ME*

Si dos eventos son ME, la ocurrencia de uno implicaría la imposibilidad de ocurrencia del otro, ya que al no tener puntos en común, sería imposible que sucedan a la vez. De esta forma, dados dos eventos A, B que son ME entre sí, entonces A y B serán Dependientes. De manera similar, dos eventos complementarios, son además excluyentes, por lo que también serán dependientes.

## PROBABILIDAD

Es una representación numérica que puede tomar valores entre 0 y 1 inclusive, que habitualmente se expresa como un porcentaje. Cuanto más cerca de 1 se encuentra representa una mayor posibilidad ocurrencia de algún evento o suceso. Por ejemplo, si se sabe que la probabilidad de que suceda el evento A es un 30%, esto podría representarse simbólicamente de la siguiente forma:

$$P(A) = 30\%$$

## PROBABILIDAD SUBJETIVA

Las probabilidades subjetivas están basadas en las creencias de las personas que efectúan la estimación de probabilidad. De hecho, la probabilidad subjetiva se puede definir como la probabilidad asignada a un evento por parte de un individuo, basada en la evidencia que tenga disponible. (LEVIN, p.133)

## PROBABILIDAD A PRIORI

La probabilidad “A priori”, también conocida como Probabilidad Clásica, se basa en el supuesto de que ***todos los puntos del EM tienen la misma probabilidad de ocurrir*** y en en ese contexto considera el cociente de los casos favorables sobre los casos posibles.

*Simbólicamente*

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

$n$ : $\text{Cantidad de casos favorables al evento A.}$
$N$ : $\text{Cantidad de casos posibles en el espacio muestral.}^*$

*Los N casos posibles son ***equiprobables***.

A Priori: Previo a (Todavía no se realizó el experimento).

*Ejemplo*

Retomando el EA de lanzar un dado de seis caras y considerando el evento que implica obtener un número par, tendremos que existen 6 casos posibles y 3 son favorables al evento planteado.

$$A: \text{“El número obtenido es par”}$$
$$P(A) = \frac{3}{6}$$
$$P(A) = 50\%$$

Para calcular esta probabilidad, no hace falta realizar el EA de lanzar el dado, puede calcularse antes realizar el lanzamiento del dado.

*Ejemplo*

De manera análoga se propone pensar un evento que represente la posibilidad de que el número sea el número 2:

$$B: \text{“El número obtenido es el 2”}$$
$$P(B) = \frac{1}{6}$$
$$P(B) \approx 17\%$$

Considerando que de los seis casos posibles, sólo uno es favorable al evento B, la probabilidad de que salga el número dos es aproximadamente del 17% calculada mediante la probabilidad “A Priori”.

**PROBABILIDAD A POSTERIORI**

Este tipo de probabilidad, también llamada de Probabilidad Frecuencial, se calcula cuando se decide ***no suponer que todos los puntos del EM tienen la misma probabilidad*** **de ocurrencia a priori**, y propone en cambio ***repetir el evento n veces y luego ponderar la cantidad de veces que se obtuvo el resultado buscado*** en proporción.

$$P(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{n1}{n}$$

$n1$: Cantidad de veces que sucedió el evento E.

$n$: Cantidad de veces que se repitió el experimento.

De esta forma si quisiéramos saber cuál es la probabilidad de que salga el número dos, podríamos lanzar el dado 100 veces y calcular la probabilidad haciendo el cociente entre la cantidad de veces que ha salido el dos dividido 100.

La teoría plantea que a mayor cantidad de repeticiones, la probabilidad a posteriori se estabilizará y convergirá a una frecuencia relativa la probabilidad del suceso estudiado.

*Ejemplo*

Podemos asociar este tipo de probabilidad al ejemplo presentado por Laplace sobre la probabilidad del evento A: "que mañana salga el sol", que propone calcular como d / d + 1:

$$P(A) = \frac{d}{d+1}$$

Se ofrecen algunos ejemplos a partir de diferentes valores de d:

$$\begin{aligned}
&d = 0 => P = 0/1 = 0\% \\
&d = 1 => P = 1/2 = 50\% \\
&d = 2 => P = 2/3 \approx 66\% \\
&d = 3 => P = 3/4 = 75\% \\
&d = 4 => P = 4/5 = 80\% \\
&d = 5 => P = 5/6 \approx 83\% \\
&d = 6 => P = 6/7 \approx 86\% \\
&d = 9 => P = 9/10 = 90\% \\
&d = 98 => P = 99/100 = 99\% \\
&d = 998 => P = 999/1000 \approx 99.9\%
\end{aligned}$$

Este planteo de Laplace nos permite pensar que en el caso de d=1, tenemos la misma probabilidad de que el sol salga, que del suceso complementario, es decir, cuando d toma el valor 1, el evento A y su complementario ***son equiprobables***.

A su vez, en la medida de que consideremos diferentes valores de d, se deduce que ***cuanto mayor sea el valor de d, más probable será que el sol salga*** y la probabilidad crecerá hasta acercarse al 99,99%.

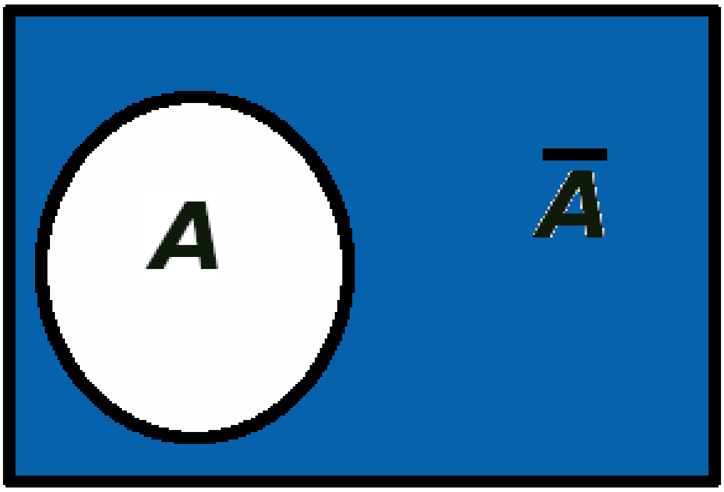
## PROBABILIDAD CONTRARIA

Considerando el EM incluye todos los resultados posibles, su probabilidad es del 100% (suceso seguro), la probabilidad contraria a un evento se puede calcular restando la probabilidad del EM a la probabilidad del evento. Es decir, dado un evento A, la probabilidad contraria de A será 1 menos la probabilidad de A.

*Simbólicamente*

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

*Gráficamente*




## PROBABILIDAD CONJUNTA

La probabilidad conjunta, también llamada probabilidad compuesta, refiere a la intersección de dos o más eventos. De esta forma dados dos eventos A y B, la probabilidad conjunta de A y B, se relaciona con la probabilidad de que sucedan a la vez ambos eventos. Esta probabilidad refiere a que el resultado del EA que ocurra, se corresponda con un punto del EM que se encuentre incluido en el evento A y que a la vez se encuentre incluido en el evento B.

*Simbólicamente*

$$P(A \cap B)$$

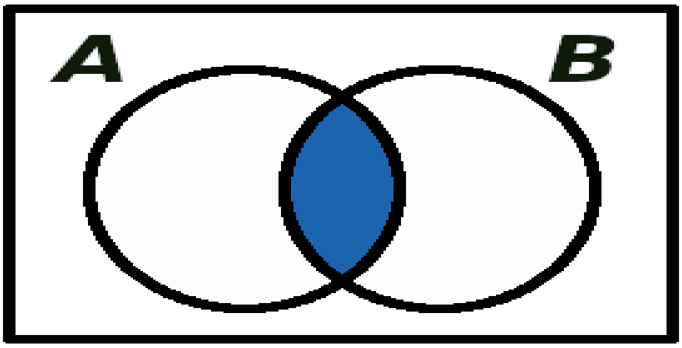
*En eventos no excluyentes*

La probabilidad conjunta entre dos o más eventos, cuando los eventos son no excluyentes representa un conjunto de puntos del espacio muestral que es diferente al conjunto vacío y posee por tanto una probabilidad diferente a cero.

*Simbólicamente*

$$\text{Si A, B son no Excluyentes:}$$
$$P(A \cap B) \neq 0$$

*Gráficamente*




En el diagrama de Venn anterior, se encuentra resaltado en color azul la intersección entre los eventos A y B.

*Dependencia o independencia en eventos no excluyentes*

Cuando los eventos no son mutuamente excluyentes, es posible que sean dependientes o independientes y ello se podrá relacionar con una doble implicancia entre la probabilidad conjunta y las probabilidades de los eventos.

*Simbólicamente*

$$A, B : \text{Independientes} \iff P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

A partir de lo anterior, se puede establecer que si los eventos son independientes, entonces la probabilidad conjunta será igual al producto de las probabilidades de los eventos simples, en caso contrario los eventos serán dependientes.

De esa forma, si la probabilidad conjunta coincide con el producto de las probabilidades de los eventos, se puede deducir que los eventos son independientes, y en caso contrario, son dependientes.

*Simbólicamente*

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B) \implies A, B : \text{Independientes}$$
$$P(A \cap B) \neq P(A) * P(B) \implies A, B : \text{Dependientes}$$

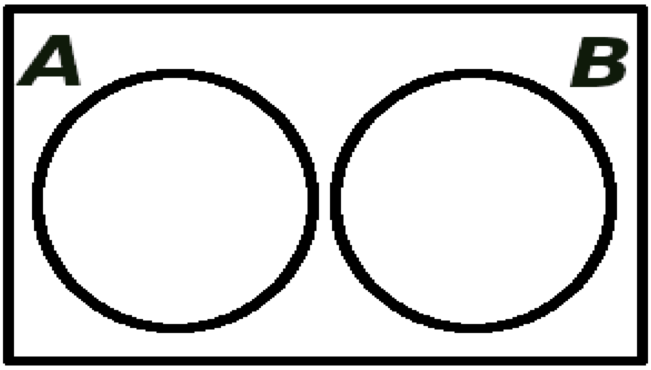
*En eventos excluyentes*

Si eventos son ME, los eventos no tienen puntos en común, por lo tanto la intersección es un suceso imposible y la probabilidad conjunta será nula.

*Simbólicamente*

$$\text{Si A, B son Excluyentes:}$$
$$P(A \cap B) = 0$$

*Gráficamente*




La intersección entre A y B es el conjunto vacío y por tanto no existen puntos de color azul en el diagrama de Venn.

*Dependencia de eventos ME*

Resulta natural imaginar que si dos eventos son mutuamente excluyentes, no es posible que sucedan a la vez y por tanto si uno sucede afectará las posibilidades de ocurrencia del otro. A su vez, esto puede relacionarse con lo dicho anteriormente acerca de la doble implicancia entre la probabilidad conjunta y las probabilidades simples.

Si se supone la existencia de dos eventos A y B, que tienen probabilidades de ocurrencia no nulas y son mutuamente excluyentes, la probabilidad conjunta es nula y por lo tanto no se podrá cumplir la igualdad que exige la independencia.

De esta forma, si dos eventos son mutuamente excluyentes, son además dependientes.

*Simbólicamente*

$$P(A) \neq 0, P(B) \neq 0 \implies P(A) * P(B) \neq 0$$
$$A \cap B = \phi \implies P(A \cap B) = 0$$
$$P(A \cap B) = 0 \implies P(A \cap B) \neq P(A) * P(B)$$
$$A, B : \text{Excluyentes} \implies A, B : \text{Dependientes}$$

## PROBABILIDAD TOTAL

La probabilidad total refiere a la unión de dos o más eventos. Esta unión representa todos los puntos del espacio muestral que se encuentran en alguno(s) de esos eventos. De esta forma dados dos eventos A y B, la probabilidad total de A y B, representa ***la probabilidad de que suceda alguno de los resultados contenidos en A y/o en B.***

*Simbólicamente*

$$P(A \cup B)$$

Es importante considerar que cada uno de los puntos del espacio muestral incluidos en la probabilidad total, es decir en la probabilidad de la unión, deben ser tenidos en cuenta una sola vez, ***particularmente cuando el conjunto de los eventos son no excluyentes*** (es decir poseen puntos en común). En ese contexto, si se sumaran las probabilidades de A y los de B, ***existirían puntos considerados dos veces***. Es por ello que se debería restar la probabilidad conjunta.

*Simbólicamente*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Como se verá, la expresión anterior es válida en cualquier contexto, no obstante se realizará un abordaje diferenciado para eventos excluyentes y no excluyentes.

*Probabilidad total en eventos no excluyentes*

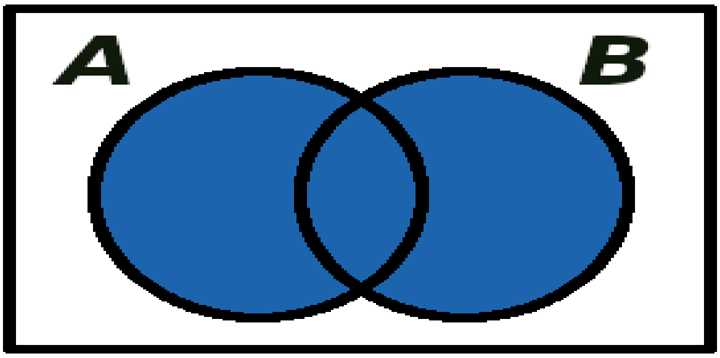
Cuando dos eventos son no excluyentes, tienen puntos en común y la probabilidad total no puede calcularse simplemente sumando las probabilidades de los eventos, sino que debe considerarse aquellos puntos que pertenecen a la intersección entre los eventos una sola vez.

De esta forma, dados dos eventos A y B, no excluyentes, la probabilidad total de A y B se obtendrá sumando las probabilidades de A y B y restando a dicha suma la probabilidad conjunta entre A y B.

*Simbólicamente*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

*Gráficamente*




Se resaltan en color azul los puntos del espacio muestral contenidos en la probabilidad total A y B.

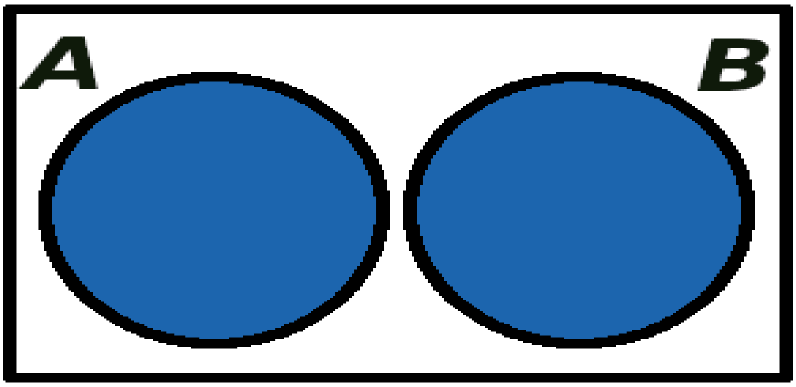
*En eventos excluyentes*

Si eventos son ME, los eventos no tienen puntos en común y la probabilidad total se puede obtener sumando las probabilidades de los eventos. Todos los puntos han sido considerados una sola vez y por tanto no hace falta restar nada. Algo similar sucede cuando los eventos son complementarios, aunque en este caso la probabilidad total será del 100%, ya que refiere a todo el EM.

*Simbólicamente*

$$
\begin{aligned}
&P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\
&A, B \text{ Excluyentes: } \implies P(A \cap B) = 0 \\
&A, B \text{ Excluyentes: } \implies P(A \cup B) = P(A) + P(B)
\end{aligned}
$$

*Gráficamente*




Se resaltan en color azul los puntos del espacio muestral contenidos en la probabilidad total A y B. Como no existen puntos en común entre A y B, la probabilidad total se puede calcular sumando las probabilidades simples.

Las Malvinas
son argentinas

# ESTADÍSTICA
## DIAPOSITIVAS DE EJEMPLO

Unidad 1 - *Probabilidad Total y Dependencia*

Ejemplo de las presas de hormigón

Año 2022

*Prof. Juan Pablo Taulamet*

*consultas: taulamet@unl.edu.ar*

# ¿Cómo pensar un ejercicio?

- **Interpretar el enunciado**
  - Datos
  - Identificar Eventos y Espacio Muestral.
  - Interrogantes
- **Planteo**
- **Resolución**
- **Respuesta**

*El 60% de las presas de hormigón construidas en el país tienen vertederos frontales. El 70% no están conectadas a la Red Interconectada Nacional (RIN), es decir, producen energía solamente para uso regional. El 10% de las represas tienen vertederos frontales y están conectadas a la RIN.*

*a) Si se seleccionara una represa al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que la misma tenga vertederos frontales o este conectada a la RIN?*
*b) ¿El hecho de que una represa esté conectada a la RIN es independiente de si tiene o no vertederos frontales?*

*consultas: taulamet@unl.edu.ar*

# Datos

**Definir Eventos o Sucesos**

F: “La presa tiene vertedero frontal”

C: “La presa está conectada a la RIN”

$$60\% = P(?)$$
$$70\% = P(?)$$
$$10\% = P(?)$$

# Datos

**Definir Eventos o Sucesos**

F: “La presa tiene vertedero frontal”

C: “La presa está conectada a la RIN”

$$60\% = P(?) \rightarrow P(F) = 0,60$$

$$70\% = P(?) \rightarrow P(C) = 1 - 0,70 = 0,30$$

$$10\% = P(?) \rightarrow P(F \cap C) = 0,10$$

# Interrogante

¿Cuál es la probabilidad de que la misma tenga **vertederos frontales** o **esté conectada** a la RIN?

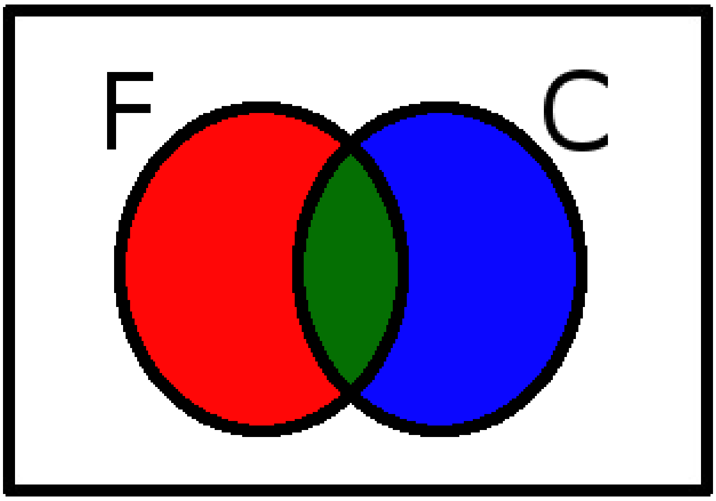
F o C $\rightarrow$ $P(F \cup C)$

$$P(F \cup C) = ?$$

Probabilidad Total

# Planteo: Probabilidad Total

$$P(F \cup C) = P(F) + P(C) - P(F \cap C)$$



# Resolución

$$P(F) = 0,60$$
$$P(C) = 1 - 0,70 = 0,30$$
$$P(F \cap C) = 0,10$$
$$P(F \cup C) = P(F) + P(C) - P(F \cap C) =$$
$$= 0,60 + 0,30 - 0,10 = 0,80$$

# Interrogante

*¿El hecho de que una represa esté conectada a la RIN **es independiente** de si tiene o no vertederos frontales?*

# Resolución

$F, C$ : Independientes $\iff P(F \cap C) = P(F) * P(C)$

$P(F) = 0,60$

$P(C) = 1 - 0,70 = 0,30$

$\mathrm{P(F)} * \mathrm{P(C)} = 0{,}60 * 0{,}30 = 0{,}18$

$P(F \cap C) = 0,10 \neq 0,18$

# Respuestas

La probabilidad de que una presa tomada al azar tenga vertederos frontales o esté conectada a la RIN es del 80%.

El hecho de que una represa esté conectada a la RIN no es independiente de si tiene o no vertederos frontales.

Las Malvinas son argentinas

# ESTADÍSTICA

## DIAPOSITIVAS DE EJEMPLO

Unidad 1 - *Probabilidad Frecuencial, Total, Conjunta y Dependencia*

Ejemplo del Evento TIC's

Año 2022

*Prof. Juan Pablo Taulamet*

*consultas: taulamet@unl.edu.ar*

# ¿Cómo pensar un ejercicio?

- **Interpretar el enunciado**
  - Datos
  - Identificar Eventos y Espacio Muestral.
  - Interrogantes
- **Planteo**
- **Resolución**
- **Respuesta**

# Evento TIC’s

En un evento de TIC's al que asistieron 100 desarrolladores de software, se realizó una encuesta sobre el lenguaje preferido, con los siguientes resultados:

Java: 20, C: 15, C++: 8, C#: 7, Python: 9, PHP: 10, Visual Basic .Net: 5, JavaScript: 10, Perl: 6, Ruby: 10

Si se toma un asistente al azar, ¿Cuán probable es que prefiera usar Ruby?

*consultas: taulamet@unl.edu.ar*

# Datos

- Java: 20
- C: 15
- C++: 8
- C#: 7
- Python: 9
- PHP: 10
- Visual Basic .Net: 5
- JavaScript: 10
- Perl: 6
- Ruby: 10

# Interrogante

**¿Cuán probable es que prefiera usar Ruby?**

Necesitamos definir el evento R:

R: “El asistente prefiere el lenguaje Ruby”

P(R) = ?

# Planteo
# Probabilidad a Posteriori

P (R) = n1 / n

n1: Cantidad de asistentes que prefieren Ruby

n: Cantidad de encuestados

consultas: taulamet@unl.edu.ar

# Datos

Java: 20, C: 15, C++: 8, C#: 7, Python: 9, PHP: 10, Visual Basic .Net: 5, JavaScript: 10, Perl: 6, **Ruby: 10**

n1 = 10

20+15+8+7+9+10+5+10+6+10 = **100**

n = 100

# Resolución y respuesta

P (R) = n1 / n

P (R) = 10 / 100 = 10%

La probabilidad de que un asistente tomado al azar prefiera programar en Ruby es del 10%.

## Lenguajes más humanos

*Dado que los recursos de hardware son cada vez más baratos mientras que los humanos de programador y creatividad más caros, las tendencias actuales de mercado se enfocan cada vez más a promover los lenguajes cercanos al lenguaje humano, como Perl, Python y Ruby.*

*Si tomamos un programador al azar; ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentre en este grupo?*

*consultas: taulamet@unl.edu.ar*

| | |
|---|---|
| A: “Programa en Perl” | $P(A) = 6/100 = 6\%$ |
| B: “Programa en Python” | $P(B) = 9/100 = 9\%$ |
| C: “Programa en Ruby” | $P(C) = 10/100 = 10\%$ |

H = “Programa en un lenguaje más humano”

P(H) = ?

**“Perl o Python o Ruby”**

*consultas: taulamet@unl.edu.ar*

H = “Programa en un lenguaje más humano”

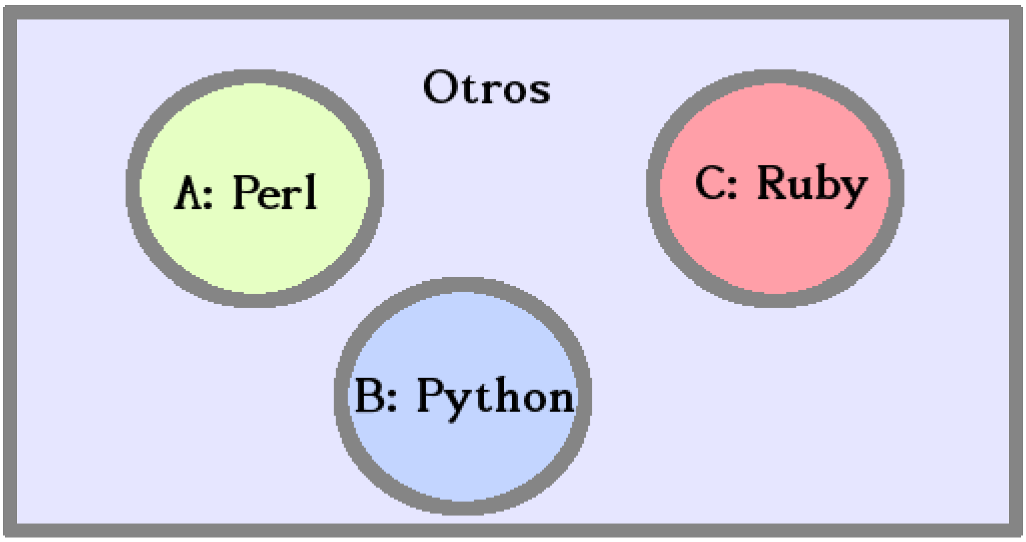
P(H) = ?

**“Perl o Python o Ruby”**

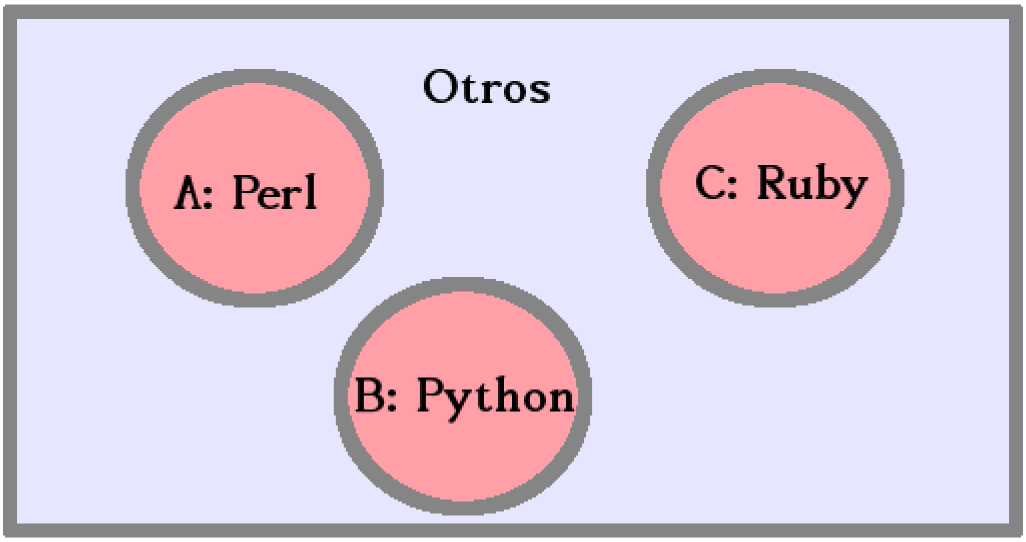
**P(H) = P(A U B U C)**

*consultas: taulamet@unl.edu.ar*

# Probabilidad Total



$$P(H) = P(A \cup B \cup C)$$




*consultas: taulamet@unl.edu.ar*

# Planteo

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Pero si A y B son Mutuamente excluyentes:

$$P(A \cap B) = 0$$

y por lo tanto:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

# Planteo

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Pero si A y B son Mutuamente excluyentes: $P(A \cap B) = 0$ y por lo tanto:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Análogamente si A, B y C son Mutuamente Excluyentes...

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$

$P(H) = 6\% + 9\% + 10\% = 25\%$

**Respuesta**

La probabilidad de que un asistente tomado al azar programe en los lenguajes más humanos es del 25%.

consultas: taulamet@unl.edu.ar

# Un generoso Sponsor

El slogan de uno de los sponsors asegura que contratará a 1 de cada 5 programadores asistentes al finalizar el evento, independientemente del lenguaje que utilicen.

Si tomamos un asistente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que programe en un lenguaje más humano y sea contratado por el sponsor?

*consultas: taulamet@unl.edu.ar*

# Eventos y datos

C = “El asistente será contratado”

H = “Programa en un lenguaje más humano”

$P(C) = 1/5 = 20\ \%$

$P(H) = 25\%$ (calculado antes)

## Eventos y datos

C = “El asistente será contratado”

H = “Programa en un lenguaje más humano”

P(C) = 1/5 = 20 %

P(H) = 25% (calculado antes)

**Si C y H son Independientes:**

$$P(C \cap H) = P(C) * P(H) = 0.20 * 0.25 = 0.05$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

# Respuesta

La probabilidad de que un asistente tomado al azar programe en un lenguaje más humano y sea contratado por el sponsor es del 5%.