(1994–2024)
30 años de la Consagración Constitucional de la Autonomía y Autarquía Universitaria en Argentina.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS HÍDRICAS

ESTADÍSTICA (II)

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (IIA)

GUÍA DE PRÁCTICA

UNIDAD 2 - PARTE B - VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS

Responsable de cátedra: Prof. Juan Pablo Taulamet

Equipo de cátedra: ***Auxiliares:*** Lic. María José Llop (JTP) - Ing. Franco Nardi (Ay. 1°) ***Ayudantes:*** AIA Cristian Bottazzi - Téc. Eliana García

Carreras: Ingeniería en Informática - Ingeniería en Inteligencia Artificial

AÑO ACADÉMICO 2024

Ejercicio 1

Se conoce que la variable aleatoria X definida como la duración (en días) de un disco rígido se distribuye según la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1000}{x^2} & \text{si } x > 1000 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) ¿Es f una función de densidad válida?

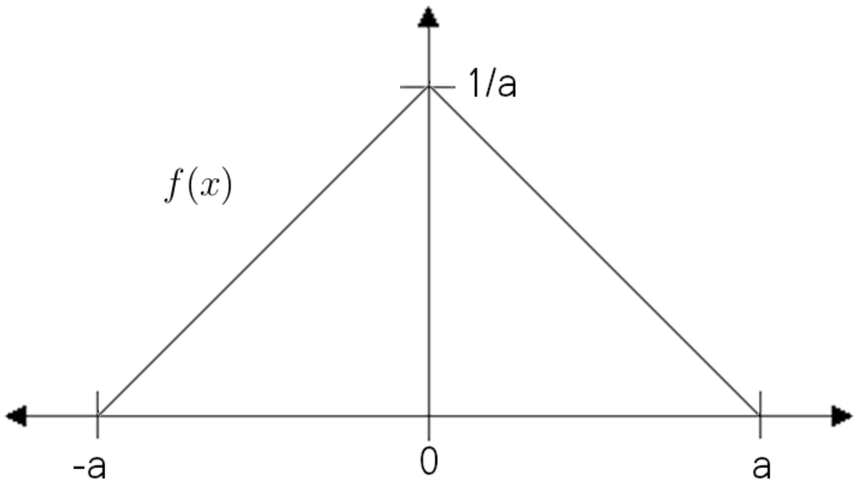
b) Calcular la función F de distribución acumulada de la variable X.

c) Utilizar la función F del ítem anterior para calcular $P(1500 < X < 2000)$.

d) ¿Cuál es la probabilidad de que un disco rígido dure menos de 2000 días, si se conoce que el disco funciona después de 1500 días de uso de la máquina?

Ejercicio 2

Una variable aleatoria está distribuida según la ley que se muestra en la figura:



a) ¿Es f una función de densidad válida? ¿Para qué valores de la constante a? Justificar.

b) Realizar una gráfica para $a = 2$ y $a = 3$ en los mismos ejes coordenados. ¿Qué pasa con la forma de la función?

c) Encontrar una expresión para la función de densidad y verificar que sea válida.

d) Obtener la función de distribución correspondiente.

Ejercicio 3

El tiempo (en horas) que tarda un satélite meteorológico en pasar por el mismo lugar es una variable aleatoria que posee la siguiente función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 - e^{-8x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}.$$

a) Encontrar la función de densidad que describe a la variable aleatoria.

b) Encontrar la probabilidad de esperar menos de 12 minutos para recibir una señal del mismo lugar.

Ejercicio 4

El nivel de agua de un tanque (en metros) es una variable aleatoria X que se describe según la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{para } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}.$$

a) ¿Es una función adecuada para describir a la variable en estudio? ¿Por qué?

b) Obtener $P(1/5 < X < 3/5)$ utilizando la función de densidad y la de distribución acumulada. ¿Cuál de las dos dirías que es más conveniente utilizar y por qué?

c) La jefa de producción quiere saber si el nivel de agua en el tanque es mayor a $1/2$. Un operario le indicó que la única información certera que tiene es que el nivel del agua está entre $1/3$ y $2/3$, Calcular la probabilidad de que el nivel sea mayor a $1/2$ en ese contexto. ¿Qué tipo de probabilidad es?

Ejercicio 5

Se está realizando un estudio en un sistema y se analiza una variable aleatoria X con función dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

a) ¿Se puede verificar con F que la densidad correspondiente f cumple la condición de cierre?

b) Obtener la función de densidad f.

c) Obtener P(X >2).

Considerar una nueva variable aleatoria Y que también es necesaria para el estudio de manera que la función de densidad conjunta es:

$$f(x,y) = \begin{cases} ye^{-(x+y)} & \text{si } x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

d) ¿Son estas variables independientes?

e) Calcular P (Y <1 / X >2).

Ejercicio 6

En una comunicación entre un servidor web y un cliente que necesita acceder a un sistema se estudia el tiempo de llegada de la solicitud y el tiempo transcurrido hasta el ingreso al sistema en el mecanismo de autenticación. Sean X e Y respectivamente, los períodos de tiempo que se utilizan para cada caso (en minutos) y suponiendo que la función de densidad conjunta para estas dos variables es:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x+2y) & \text{si } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

a) Hallar la densidad marginal de X.

b) Hallar la densidad marginal de Y.

c) Encontrar la probabilidad de que la llegada solicitud sea menos de la mitad del tiempo de ingreso.

d) Si la solicitud llega en menos de 30 segundos, ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo transcurrido hasta el ingreso al sistema sea mayor a 30 segundos?

e) Calcular P(X+Y<1) e interpretar.

Ejercicio 7

Una empresa está interesada en comprar un dispositivo que mida la concentración de un componente en un producto y su PH. Los errores asociados a las mediciones de dicho dispositivo pueden ser consideradas como dos variables aleatorias X e Y (X = 'Error al medir la concentración del componente'; Y = 'Error en la determinación del PH'). La distribución conjunta viene dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} k[1 + xy(x^2 - y^2)] & \text{si } x \in [-1,1], y \in [-1,1] \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}.$$

a) Obtener las distribuciones marginales de las variables e interpretar.

b) ¿Son estas variables X e Y dependientes? ¿Por qué?

c) Sabiendo que el error al medir la concentración del componente es inferior a 0.5, calcular la probabilidad de que el error cometido al medir su PH sea de $\pm 0{,}5$.