(1994–2024)

30 años de la Consagración Constitucional de la Autonomía y Autarquía Universitaria en Argentina.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

LUX INDEFICIENS · 1919

FICH

ESTADÍSTICA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Clase#1 - Unidad 1 - *Probabilidad*

Ingeniería en Informática – Ingeniería en Inteligencia Artificial

Año 2024

Prof. Juan Pablo Taulamet

consultas: taulamet@unl.edu.ar

La música que escuchamos...

Luciano Pavarotti, interpreta la romanza *Una furtiva lágrima en 1983.*
Es un aria de la ópera *El elixir de amor*, de G Donizetti (1832).

EL PACTO EDUCATIVO

"El pacto educativo está presente o se da o se produce cuando hay una ***reciprocidad*** en la cual quienes educan consideran que pueden hacerlo y reconocen que los educandos pueden ser educados y, a la inversa, los educandos reconocen que los educadores pueden transformarlos, educarlos. Este pacto es básico para que la educación adquiera condición de posibilidad."

TEMPORETTI (2016)

Expocarreras 2021

https://www.youtube.com/watch?v=0agbwh40VDQ

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Director: Woody Allen
Año: 2005
Género: Drama
Duración: 124 m.
Banda sonora: El elíxir de amor (Donizetti) y
La traviatta (Verdi)

consultas: taulamet@unl.edu.ar

ETIMOLOGÍA

La estadística (la forma femenina del término alemán Statistik, derivado a su vez del italiano statista, «hombre de Estado») es la disciplina que estudia la variabilidad, así como el proceso aleatorio que la genera siguiendo las leyes de la probabilidad. Cuando este conocimiento se aplica a las ciencias fácticas, el proceso de investigación requiere la recolección, organización, análisis, interpretación y presentación de los datos.

Fuente: Wikipedia

ETIMOLOGÍA

La estadística (la forma femenina del término alemán Statistik, derivado a su vez del italiano statista, «hombre de Estado») es la disciplina que estudia la **variabilidad**, así como el proceso aleatorio que la genera siguiendo las leyes de la **probabilidad**. Cuando este conocimiento se aplica a las ciencias fácticas, el proceso de investigación requiere la recolección, organización, **análisis**, **interpretación** y **presentación** de los **datos**.

Fuente: Wikipedia

BREVE RESEÑA HISTÓRICA Y REFLEXIONES

TABLA 7: TABLA DE NÚMEROS AL AZAR

Primera serie

	1 -	4	5 -	8	9 -	12	13 -	16	17 -	20	21 -	24	25 -	28	29 -	32	33 -	36	37 -	40
1	20	77	81	43	63	92	68	61	70	79	88	81	05	47	63	07	13	10	46	19
2	09	42	70	58	14	76	27	02	29	73	87	66	47	73	31	59	02	96	41	07
3	93	04	55	07	83	92	26	76	50	57	05	97	12	85	01	30	82	45	52	08
4	95	99	93	67	54	96	35	98	84	64	80	88	29	39	07	00	97	95	59	24
5	40	82	40	08	05	80	60	50	33	93	68	58	83	62	06	09	20	56	91	36
6	78	11	44	01	19	42	06	02	32	19	99	23	94	02	29	27	29	38	17	82
7	56	41	30	34	77	26	83	55	26	08	69	53	66	16	19	43	77	69	70	77
8	76	42	48	52	69	11	70	01	23	21	99	22	30	75	42	61	99	20	91	90
9	41	14	93	39	41	11	56	76	60	04	24	75	18	06	14	42	91	25	31	92
10	17	42	51	18	60	28	10	87	61	25	88	92	04	30	90	80	32	26	91	22
11	96	66	80	87	48	97	22	47	84	24	58	51	41	10	54	26	93	19	90	20
12	24	81	91	42	70	40	96	75	48	30	48	66	21	54	20	98	12	00	86	61
13	78	65	68	07	07	95	15	50	67	10	01	62	36	75	93	76	40	54	97	68
14	29	27	78	63	25	00	14	51	15	18	18	14	03	96	63	08	85	49	16	14
15	34	16	38	45	71	04	00	72	44	03	63	46	49	56	50	76	57	32	84	43
16	82	76	24	97	43	39	05	39	93	69	61	80	25	47	90	15	70	06	74	13
17	18	93	50	05	65	07	39	37	51	99	78	42	52	78	82	86	81	17	69	09
18	46	84	90	64	55	19	12	20	32	11	56	30	00	54	75	95	54	22	80	38
19	59	52	94	41	54	33	08	80	51	39	35	64	22	90	59	82	79	76	23	22
20	38	12	76	09	53	32	80	07	19	34	18	55	60	86	33	22	36	15	79	85
21	14	72	18	71	55	19	09	25	27	36	10	35	60	87	96	55	74	86	08	54
22	44	29	94	19	34	91	62	94	56	81	35	00	79	15	62	92	66	16	67	29
23	50	10	67	79	43	27	66	85	52	00	97	65	07	58	31	74	90	09	24	75
24	11	19	88	34	80	11	94	03	56	28	53	52	86	83	51	38	97	02	50	20
25	12	16	81	62	90	38	45	23	13	08	18	57	67	45	15	75	86	07	77	57

FORMAS SIMILARES A LA MENTIRA

LA NOCIÓN DE NORMALIDAD

LO NORMAL

LO ANORMAL

LA PATOLOGIZACIÓN GENERALIZADA

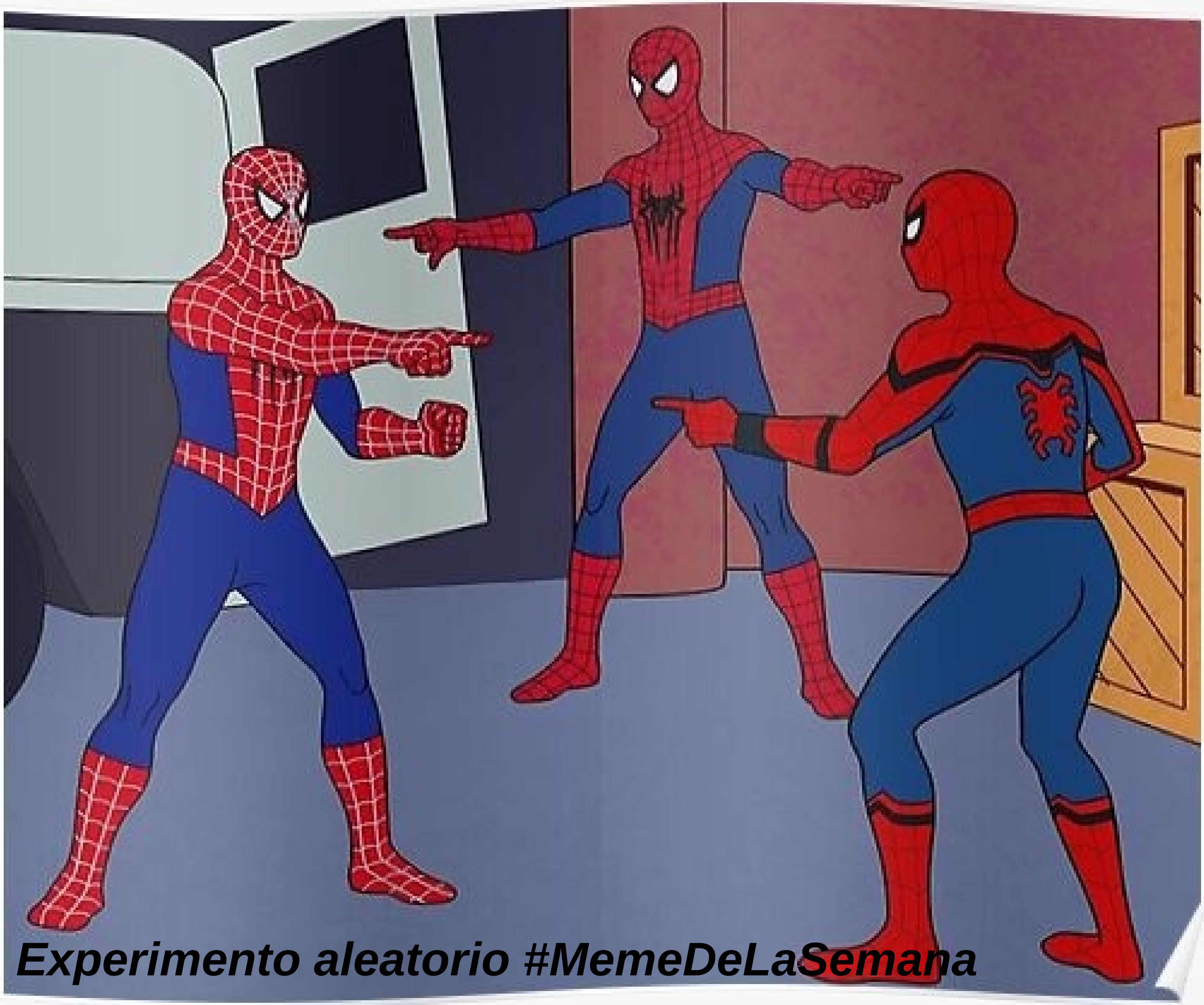
consultas: taulamet@unl.edu.ar

Nociones Iniciales

- Experimento aleatorio
  - Espacio Muestral

Nociones Iniciales

- Experimento aleatorio
- Espacio Muestral
- Eventos o Sucesos



consultas: taulamet@unl.edu.ar

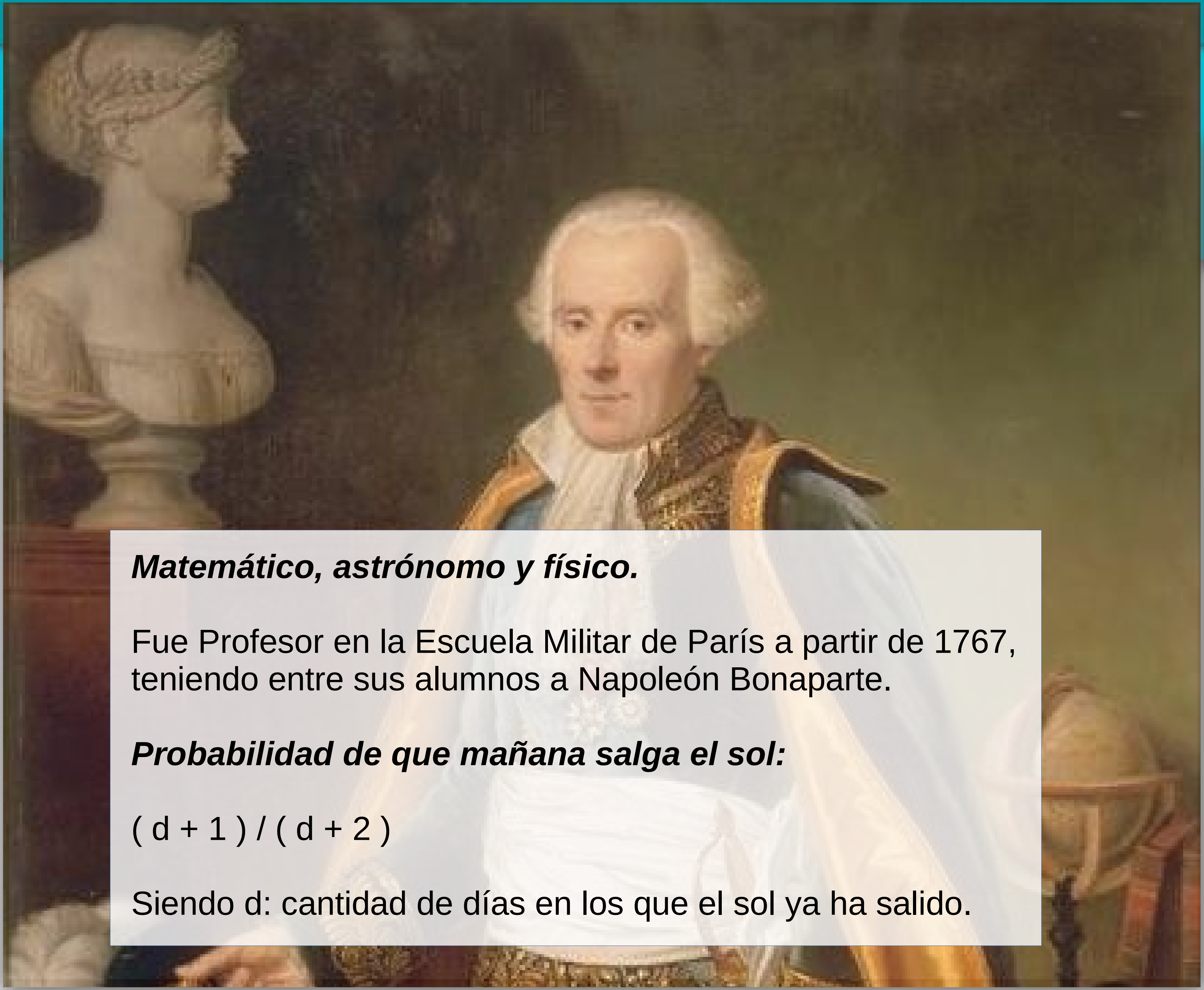
Nociones Iniciales

- Eventos o Sucesos
  - Relaciones
    - Unión
    - Intersección
    - Complementarios
    - Excluyentes
    - Sistema Exhaustivo y Excluyente

Nociones Iniciales

- Probabilidad
  - Subjetiva
  - A priori
  - A posteriori o frecuencial
  - Total
  - Conjunta

Pierre Simon Laplace | Francia | 1749–1827



Matemático, astrónomo y físico.

Fue Profesor en la Escuela Militar de París a partir de 1767, teniendo entre sus alumnos a Napoleón Bonaparte.

Probabilidad de que mañana salga el sol:

(d + 1) / (d + 2)

Siendo d: cantidad de días en los que el sol ya ha salido.

Pierre Simon Laplace | *Francia* | *1749–1827*

PROBABILIDAD A PRIORI

$$P(E) = \frac{n}{N}$$

n: Cantidad de casos favorables al evento E.
N: Cantidad de casos posibles en el espacio muestral.*

*Los N casos posibles son igualmente probables.
“A Priori”: “Previo a” – No se realizó el experimento

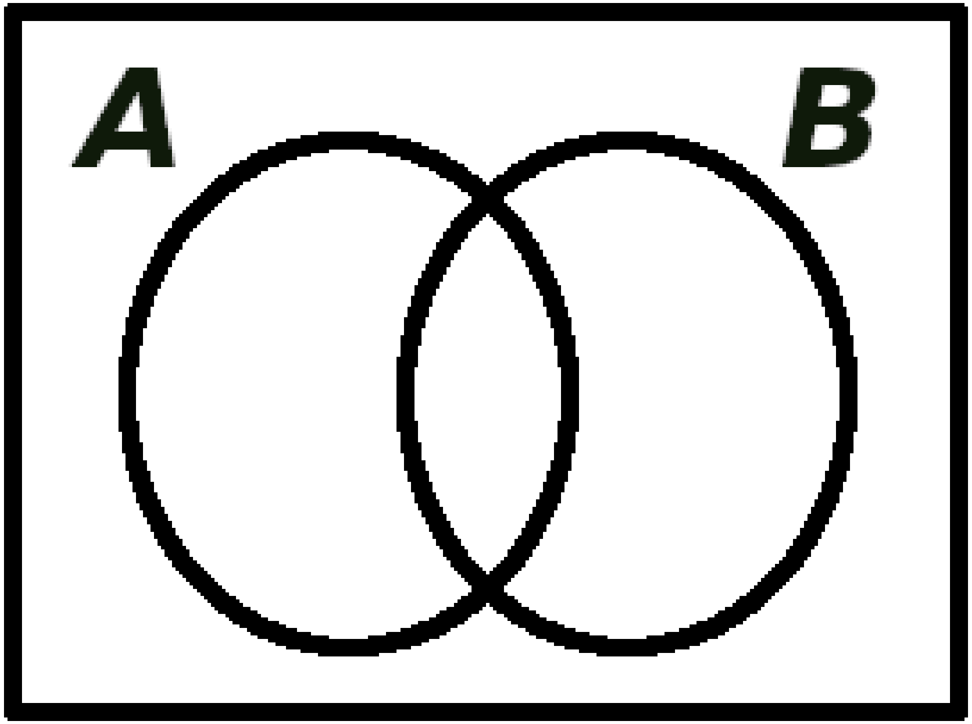
PROBABILIDAD A POSTERIORI

$$P(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{n1}{n}$$

n1: Cantidad de veces que sucedió el evento E.
n: Cantidad de veces que se repitió el experimento.

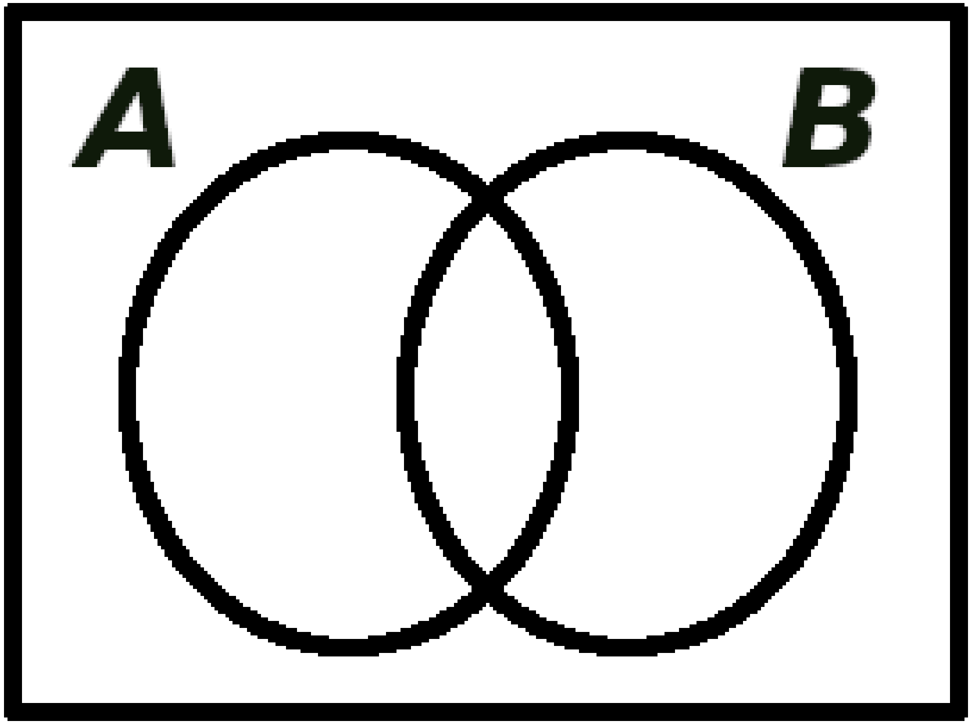
“A Posteriori”: “Posterior a”

PROBABILIDAD TOTAL



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

PROBABILIDAD CONJUNTA



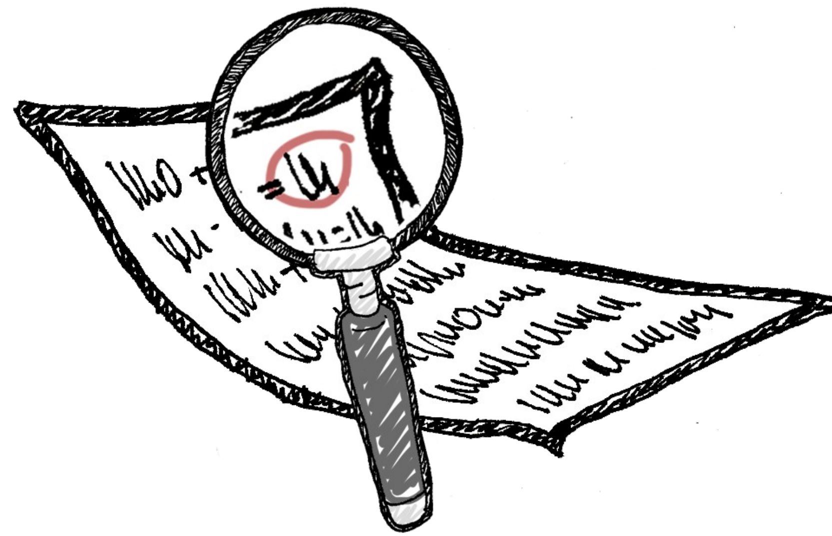
$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

Si A, B Independientes:

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

¿Cómo pensar un ejercicio?

- **Interpretar el enunciado**
  - Datos
  - Identificar Eventos y Espacio Muestral.
  - Interrogantes
- **Planteo**
- **Resolución**
- **Respuesta**



(1994–2024)

30 años de la Consagración Constitucional de la Autonomía y Autarquía Universitaria en Argentina.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

LUX INDEFICIENS · 1919

FICH

ESTADÍSTICA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Clase#3 - Unidad 1 - *Probabilidad*

Ingeniería en Informática – Ingeniería en Inteligencia Artificial

Año 2024

Prof. Juan Pablo Taulamet

consultas: taulamet@unl.edu.ar

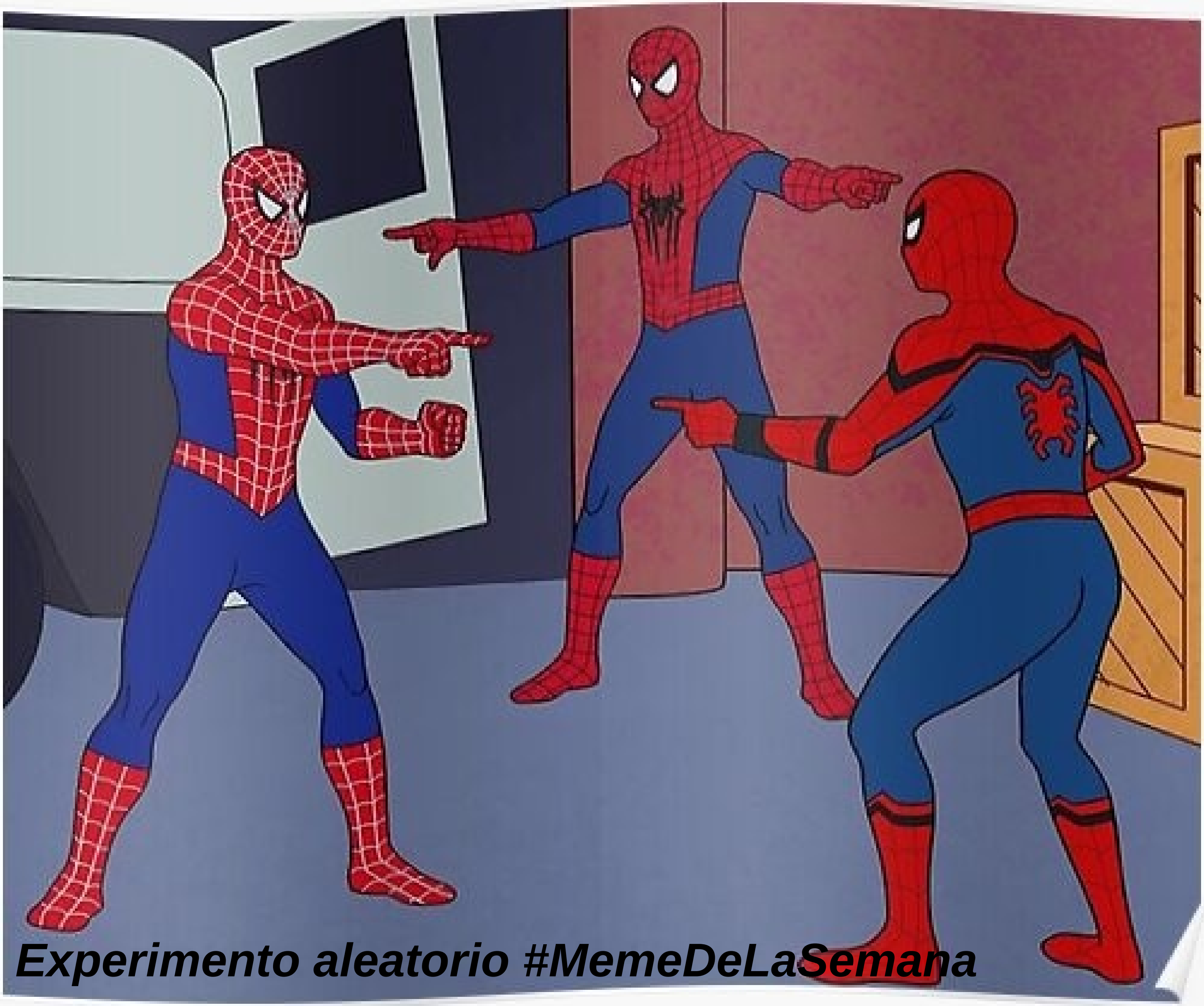
Recorrida por Estadilandia

Mapa

Horarios disponibles para consultas

Día \ Hora	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Lunes												
Martes												
Miércoles												
Jueves												
Viernes												

consultas: taulamet@unl.edu.ar


Experimento aleatorio #MemeDeLaSemana

Nociones Iniciales

- Experimento aleatorio
  - Espacio Muestral E

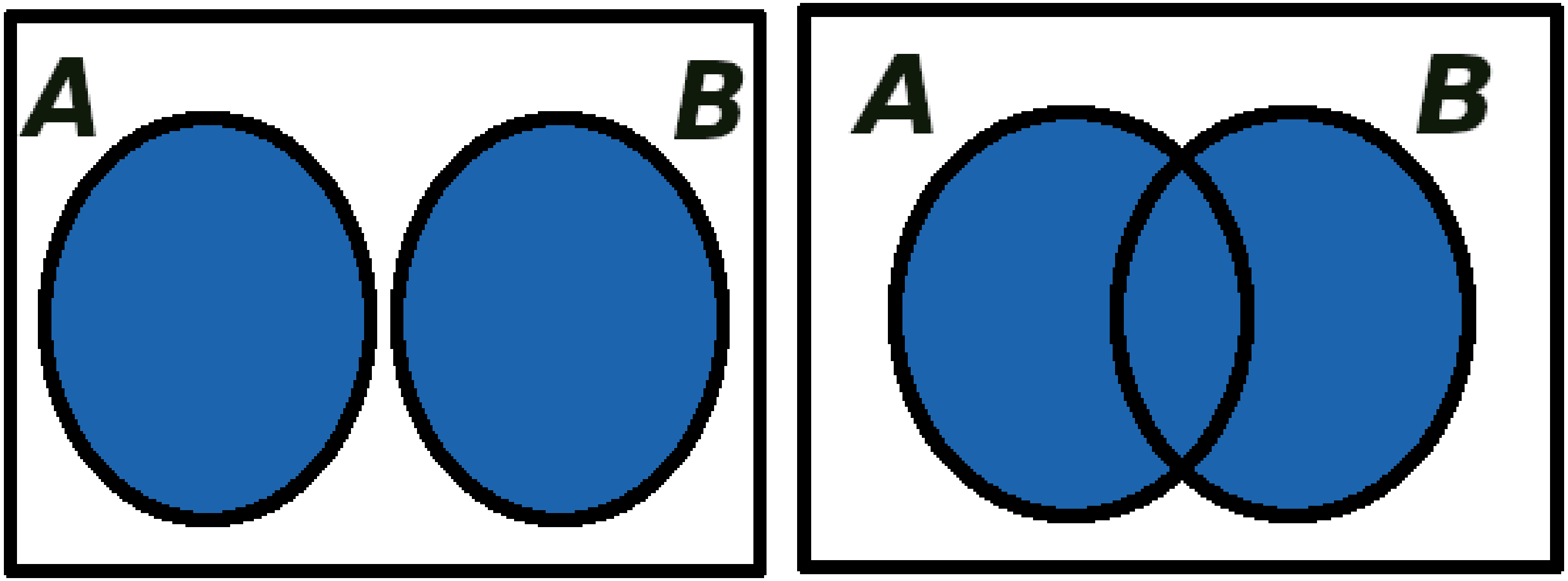
Nociones Iniciales

- Experimento aleatorio
  - Espacio Muestral E
  - Eventos o Sucesos A, B, C...

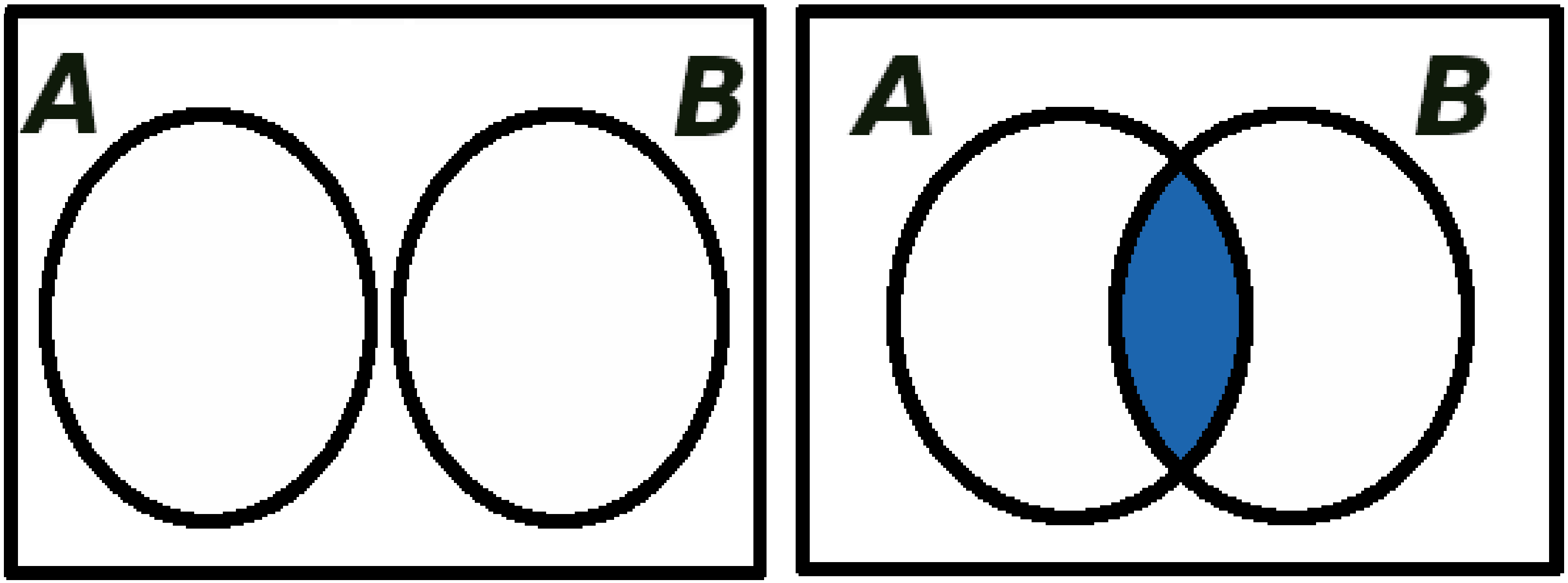
Nociones Iniciales

- Eventos o Sucesos
  - Relaciones
    - Unión
    - Intersección
    - Complementarios
    - Excluyentes
    - Sistema Exhaustivo y Excluyente
    - Dependencia

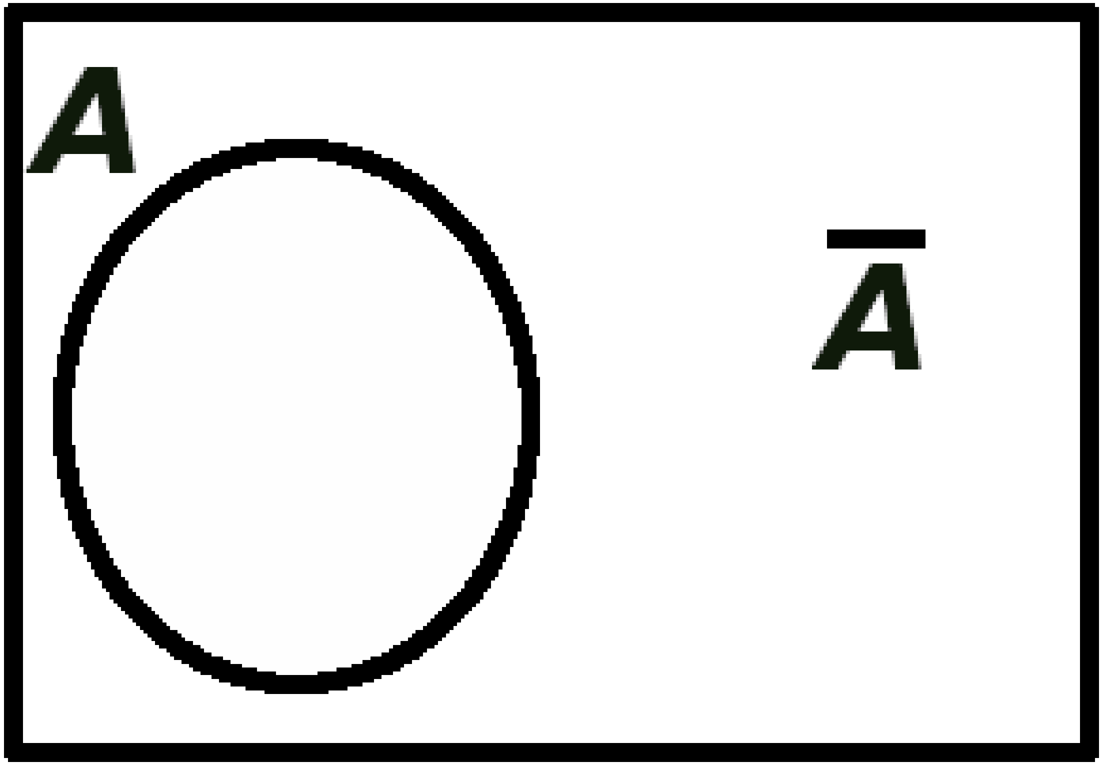
UNIÓN



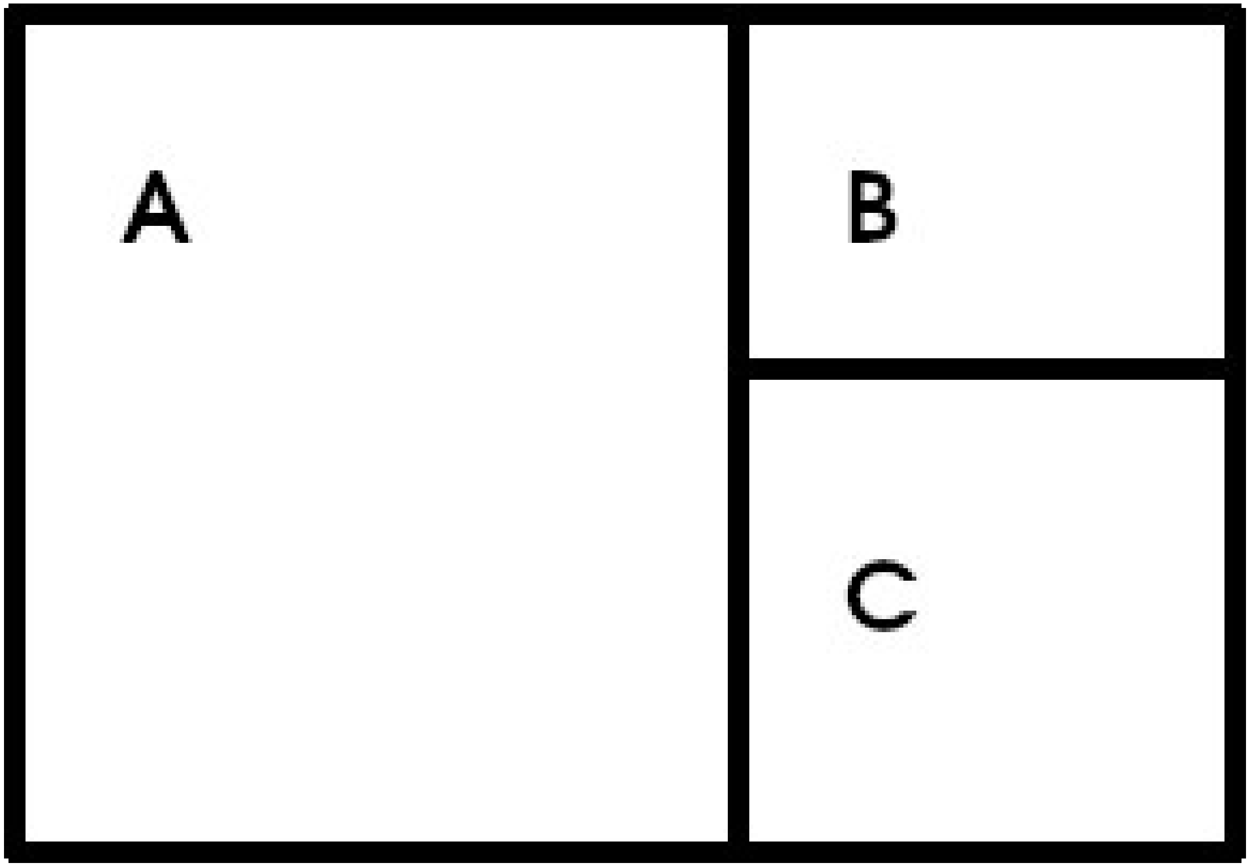
INTERSECCIÓN



COMPLEMENTARIOS



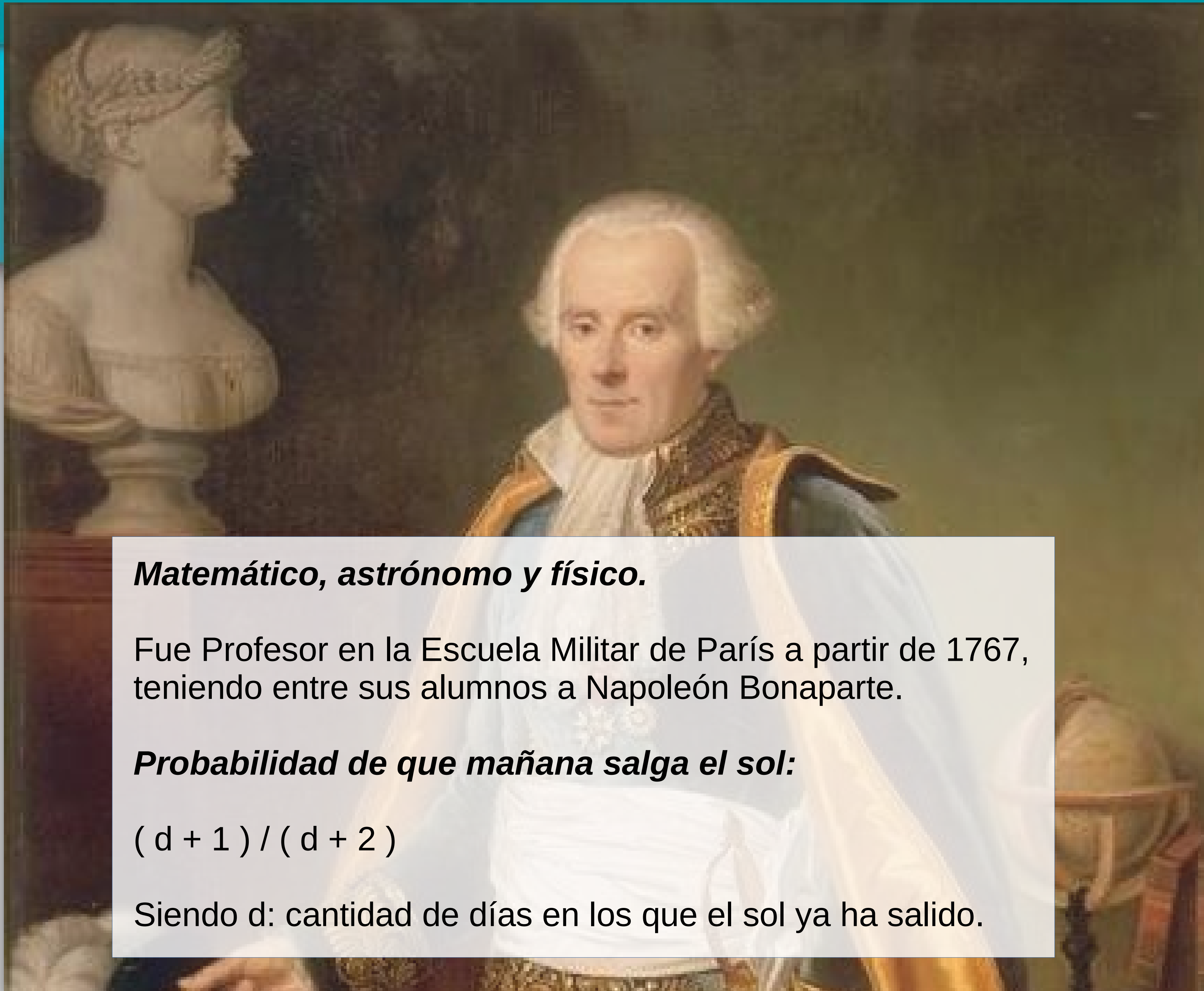
SISTEMA EXHAUSTIVO Y EXCLUYENTE



Nociones Iniciales

- Probabilidad
  - Subjetiva
  - A priori
  - A posteriori o frecuencial
  - Total
  - Conjunta

Pierre Simon Laplace | Francia | 1749–1827



Matemático, astrónomo y físico.

Fue Profesor en la Escuela Militar de París a partir de 1767, teniendo entre sus alumnos a Napoleón Bonaparte.

Probabilidad de que mañana salga el sol:

(d + 1) / (d + 2)

Siendo d: cantidad de días en los que el sol ya ha salido.

Pierre Simon Laplace | *Francia* | *1749–1827*

PROBABILIDAD A PRIORI

$$P(E) = \frac{n}{N}$$

n: Cantidad de casos favorables al evento E.
N: Cantidad de casos posibles en el espacio muestral.*

*Los N casos posibles son igualmente probables.
"A Priori": "Previo a" – No se realizó el experimento

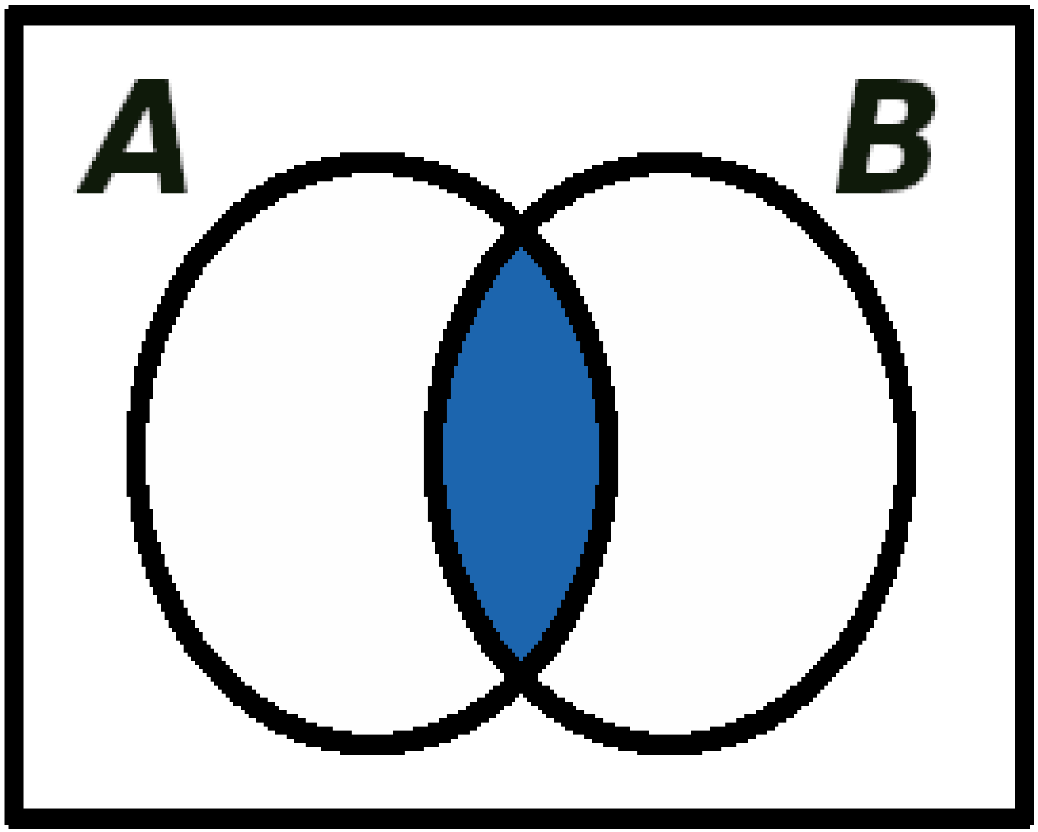
PROBABILIDAD A POSTERIORI

$$P(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{n1}{n}$$

n1: Cantidad de veces que sucedió el evento E.
n: Cantidad de veces que se repitió el experimento.

"A Posteriori": "Posterior a"

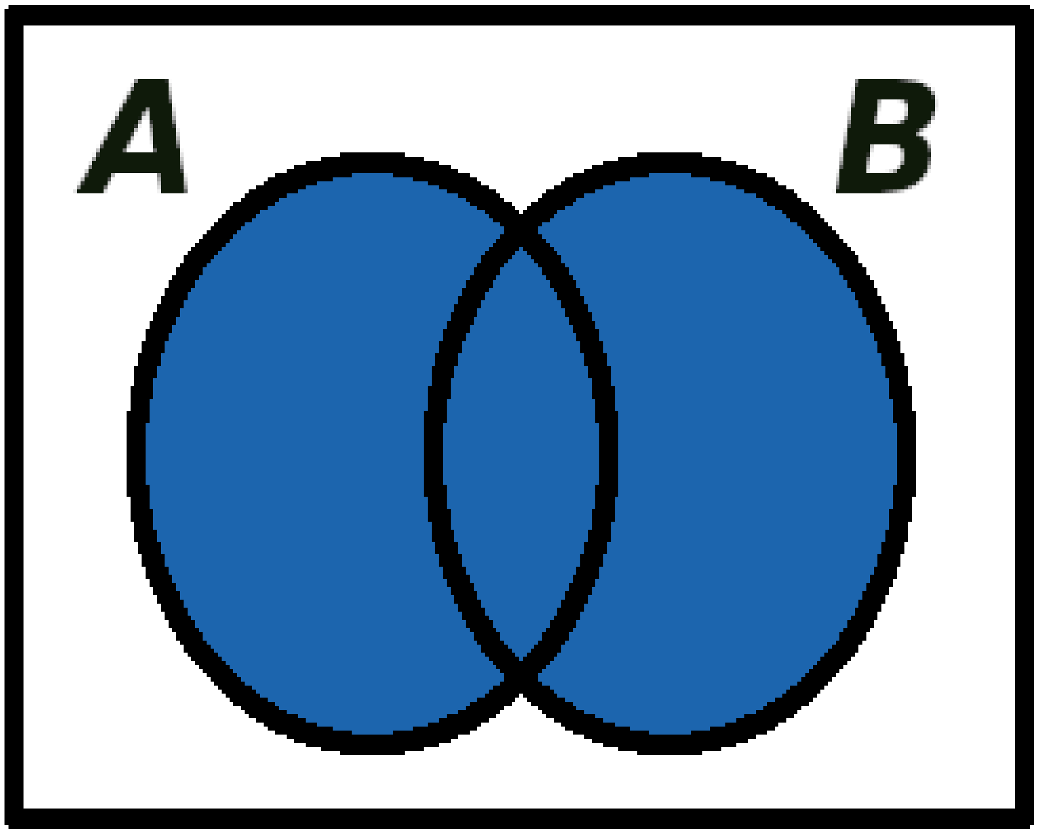
PROBABILIDAD CONJUNTA



Si A, B son Independientes:

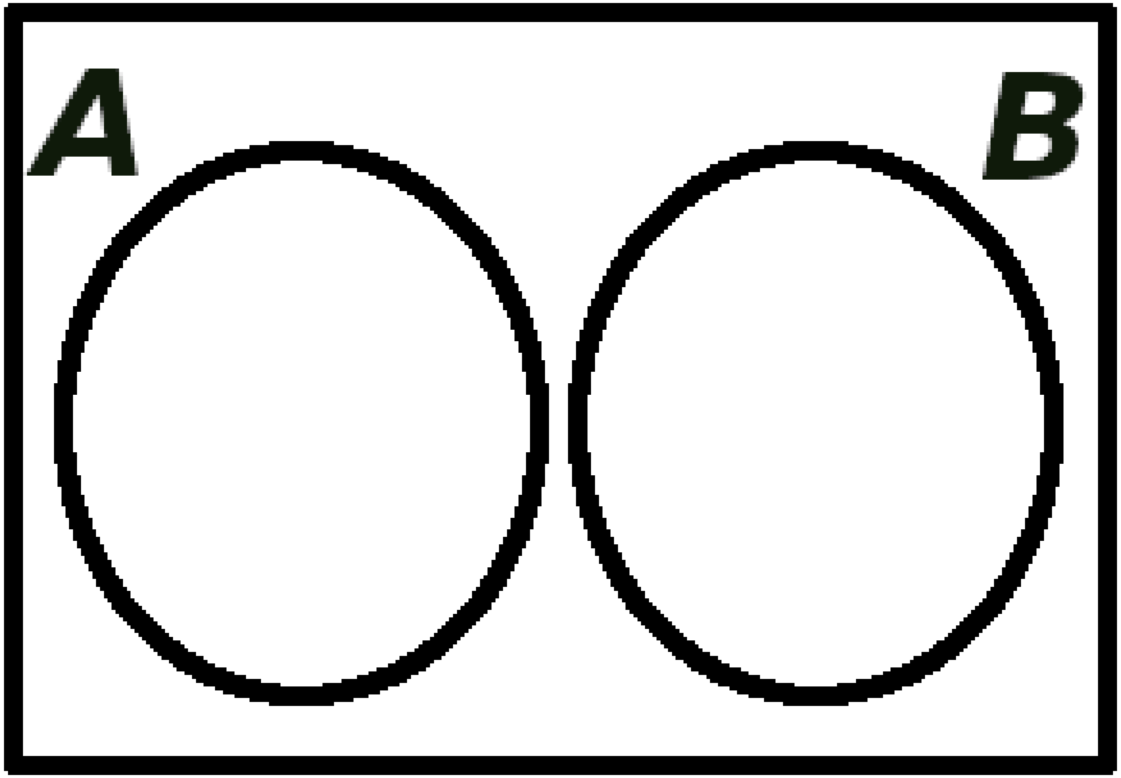
$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

PROBABILIDAD TOTAL



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

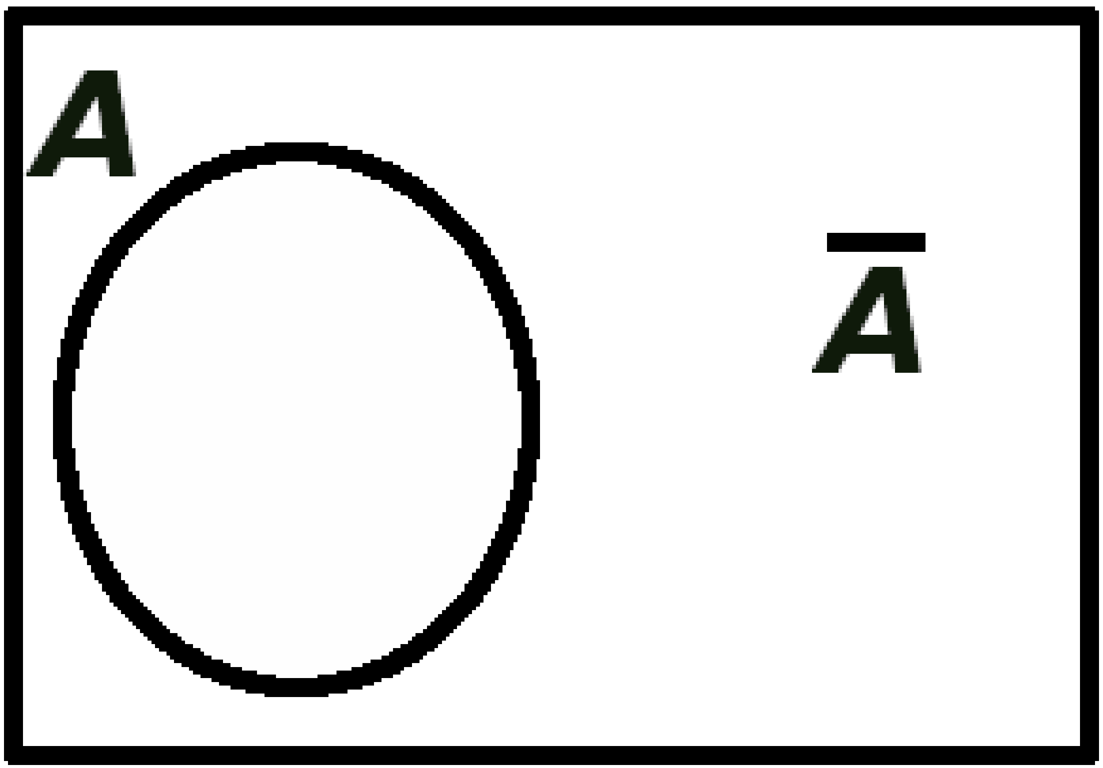
PROBABILIDAD CONJUNTA



Si A, B son Excluyentes:

$P(A \cap B) = 0$

PROBABILIDAD CONTRARIA

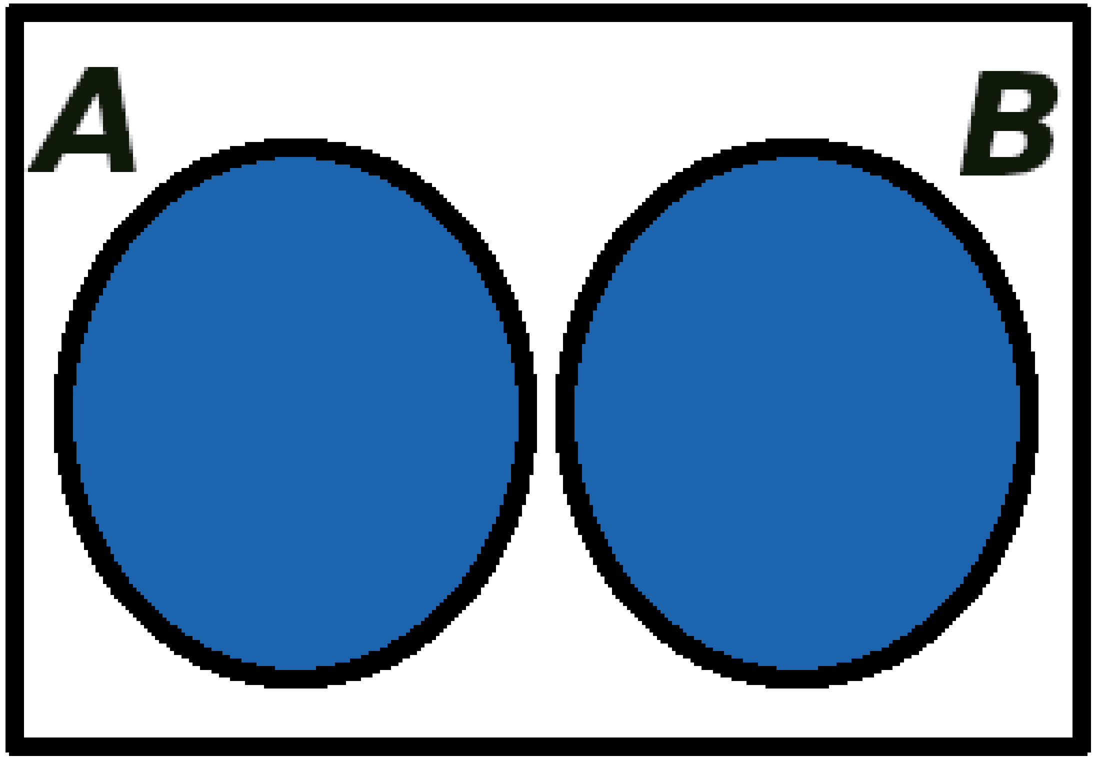


$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

DEPENDENCIA

Se dice que dos eventos son dependientes, cuando la ocurrencia de uno afecta o influye en la ocurrencia del otro. Si por el contrario, la ocurrencia de un evento no influye en la ocurrencia del otro, se dice que son eventos independientes.

PROBABILIDAD TOTAL



Si A, B son Excluyentes: $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

PROBABILIDAD CONDICIONAL

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

PROBABILIDAD CONDICIONAL

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$P(A/B).P(B)=P(A\cap B)$$

$$P(B/A).P(A)=P(B\cap A)$$

$$P(A/B).P(B)=P(B/A).P(A)$$

PROBABILIDAD CONDICIONAL

Si A, B Dependientes:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

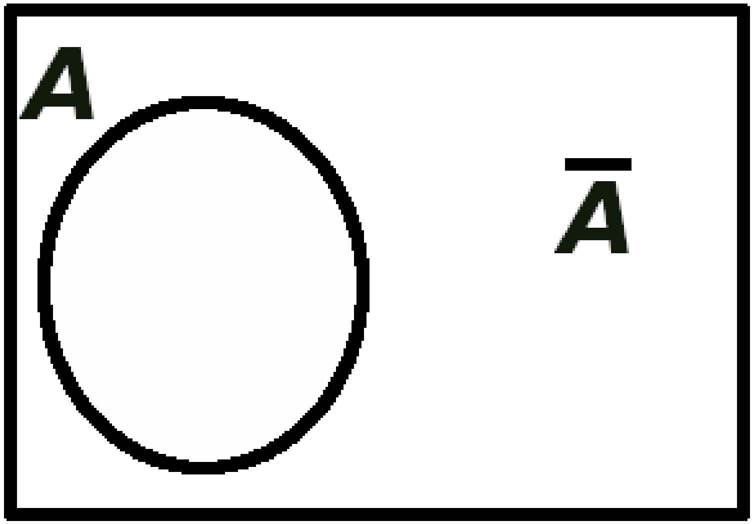
Pero Si A, B Independientes:

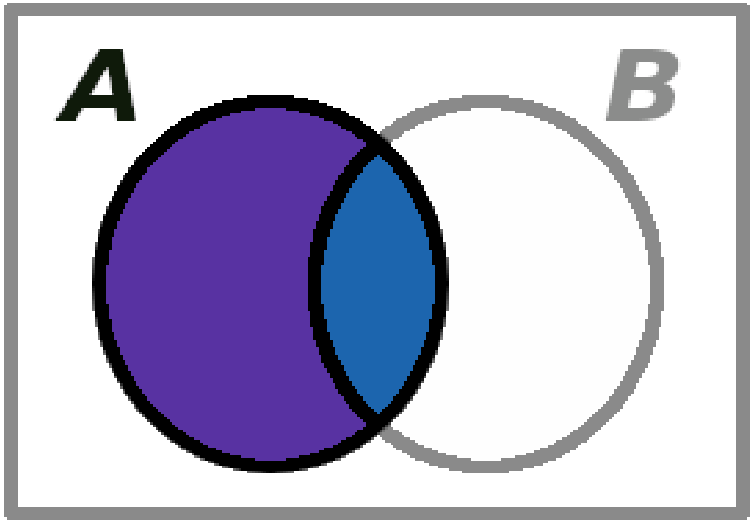
$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

Con lo cual:

$$P(A/B) = \frac{P(A) * P(B)}{P(B)} = P(A)$$

PROBABILIDAD CONTRARIA





$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Caso condicional Ej1:

$$P(\overline{B}/A) = 1 - P(B/A)$$

Dependencia en Eventos M.E.

Dependencia en Eventos M.E.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Dependencia en Eventos M.E.

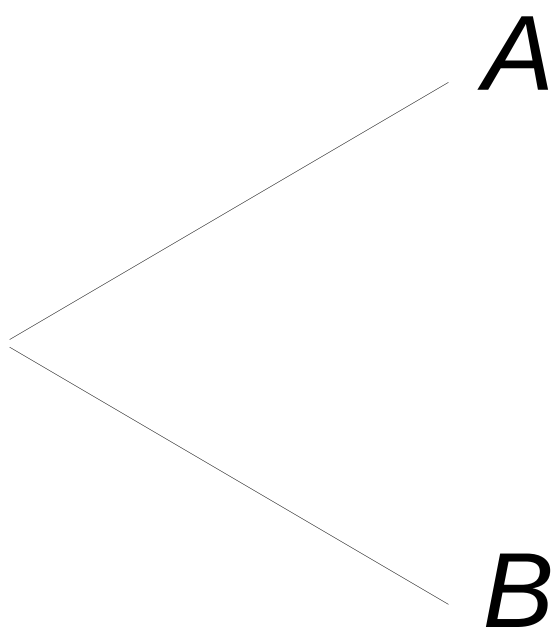
$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Si A,B son M.E.

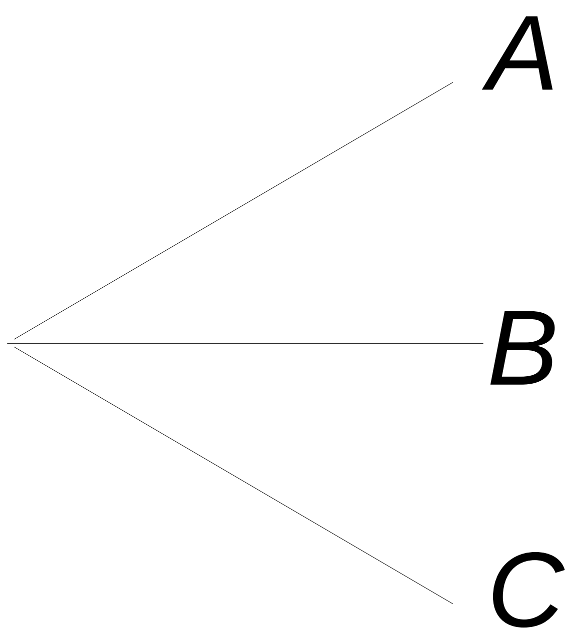
$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A/B) = \frac{0}{P(B)} = 0$$

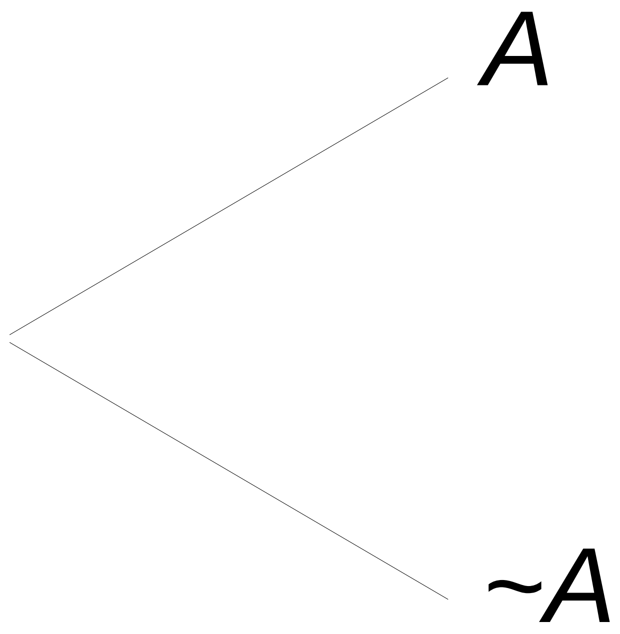
Eventos M.E. y Árbol



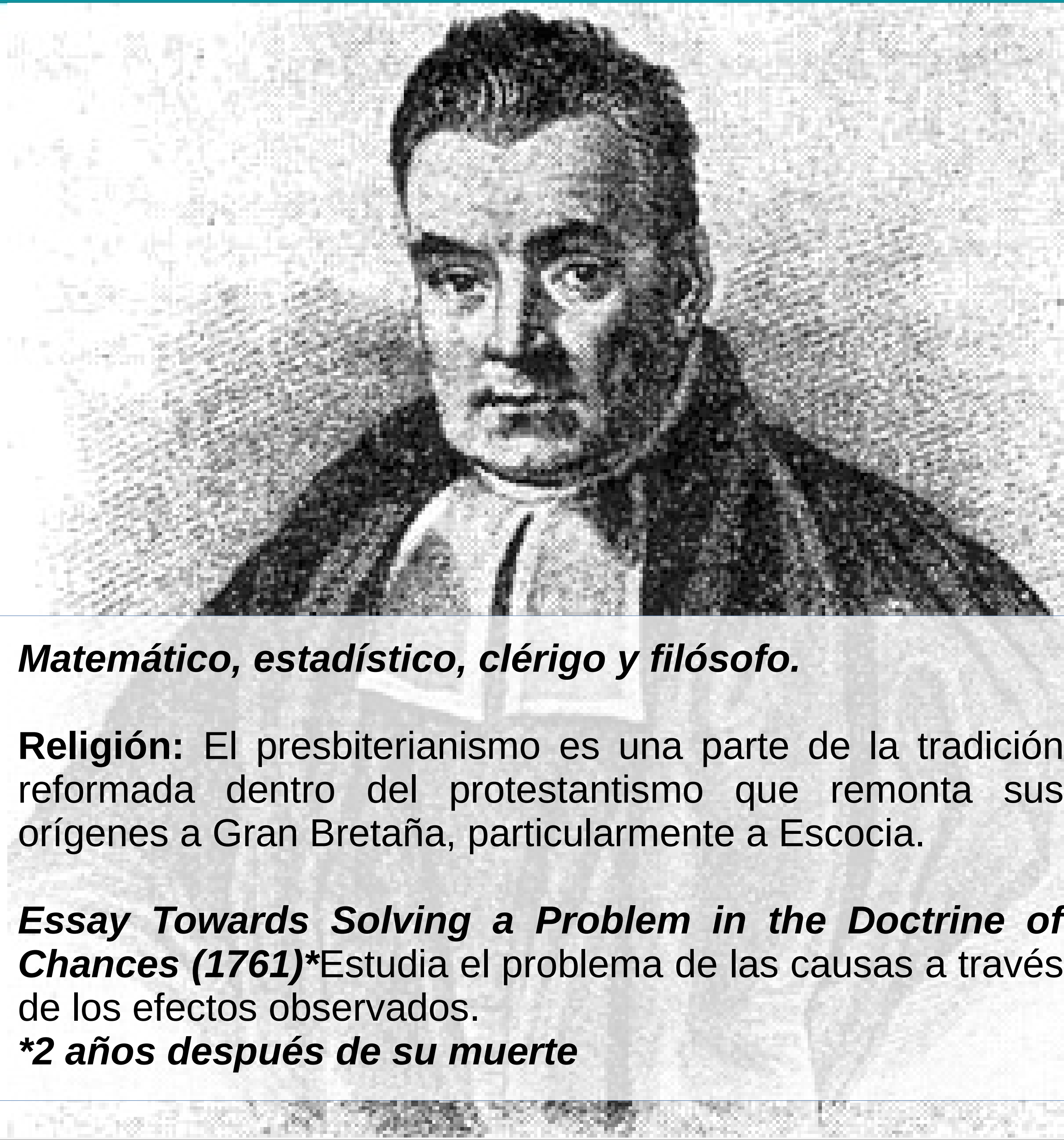
Eventos M.E. y Árbol



Eventos M.E. y Árbol



Reverendo Thomas Bayes | Inglaterra | 1702–1761



Matemático, estadístico, clérigo y filósofo.

Religión: El presbiterianismo es una parte de la tradición reformada dentro del protestantismo que remonta sus orígenes a Gran Bretaña, particularmente a Escocia.

Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances (1761)* Estudia el problema de las causas a través de los efectos observados.
2 años después de su muerte

Reverendo Thomas Bayes | *Inglaterra* | *1702–1761*

TEOREMA DE BAYES

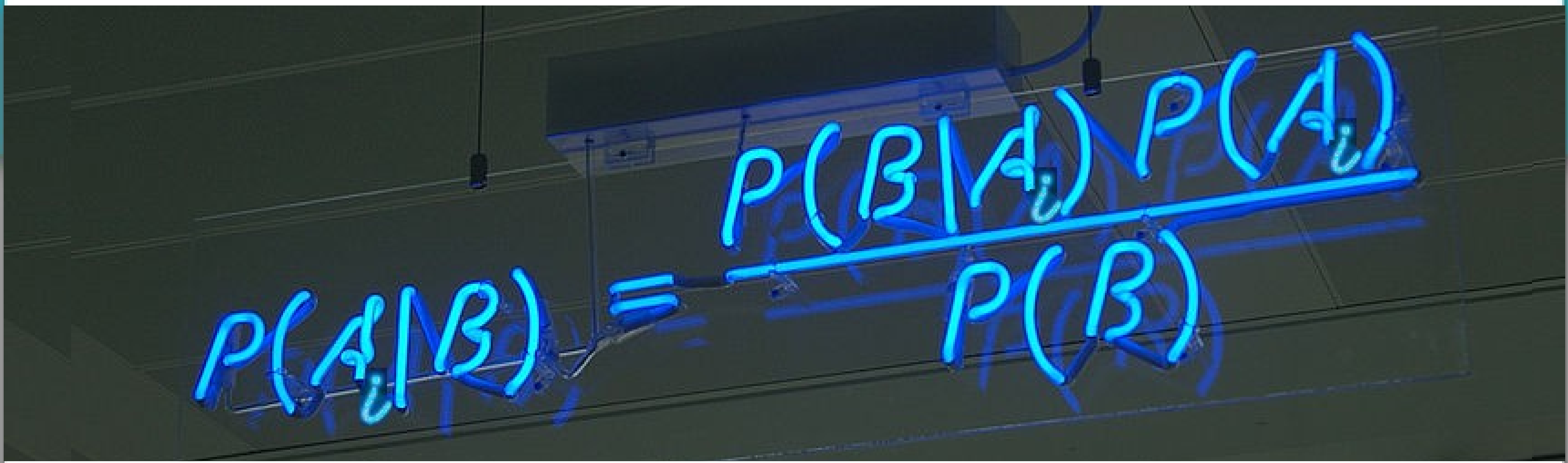


Foto tomada en Cambridge
Fuente: Wikipedia

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \ldots + P(A_n \cap B)}$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

¿Cómo pensar un ejercicio?

- **Interpretar el enunciado**
  - Datos
  - Identificar Eventos y Espacio Muestral.
  - Interrogantes
- **Planteo**
- **Resolución**
- **Respuesta**

(1994-
2024)
30 años de la
Consagración Constitucional
de la Autonomía y Autarquía
Universitaria en Argentina.

ESTADÍSTICA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Clase#5 - Unidad 2 - *Variables Aleatorias*

¿Y algo que nos quedó de Probabilidad?

Ingeniería en Informática – Ingeniería en Inteligencia Artificial

Año 2024

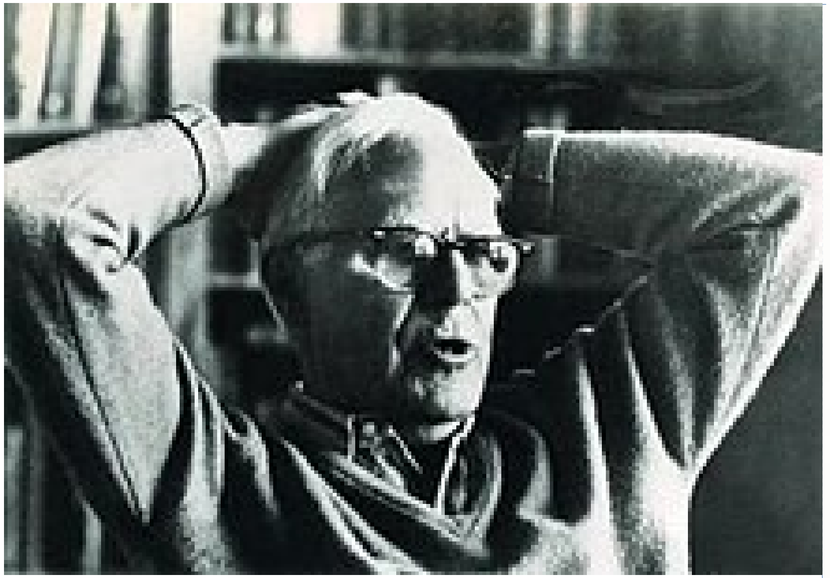
Prof. Juan Pablo Taulamet

consultas: taulamet@unl.edu.ar

¿Cómo pensar un ejercicio?

- **Interpretar el enunciado**
  - Datos
  - Identificar Eventos y Espacio Muestral.
  - Interrogantes
- **Planteo**
- **Resolución**
- **Respuesta**

consultas: taulamet@unl.edu.ar



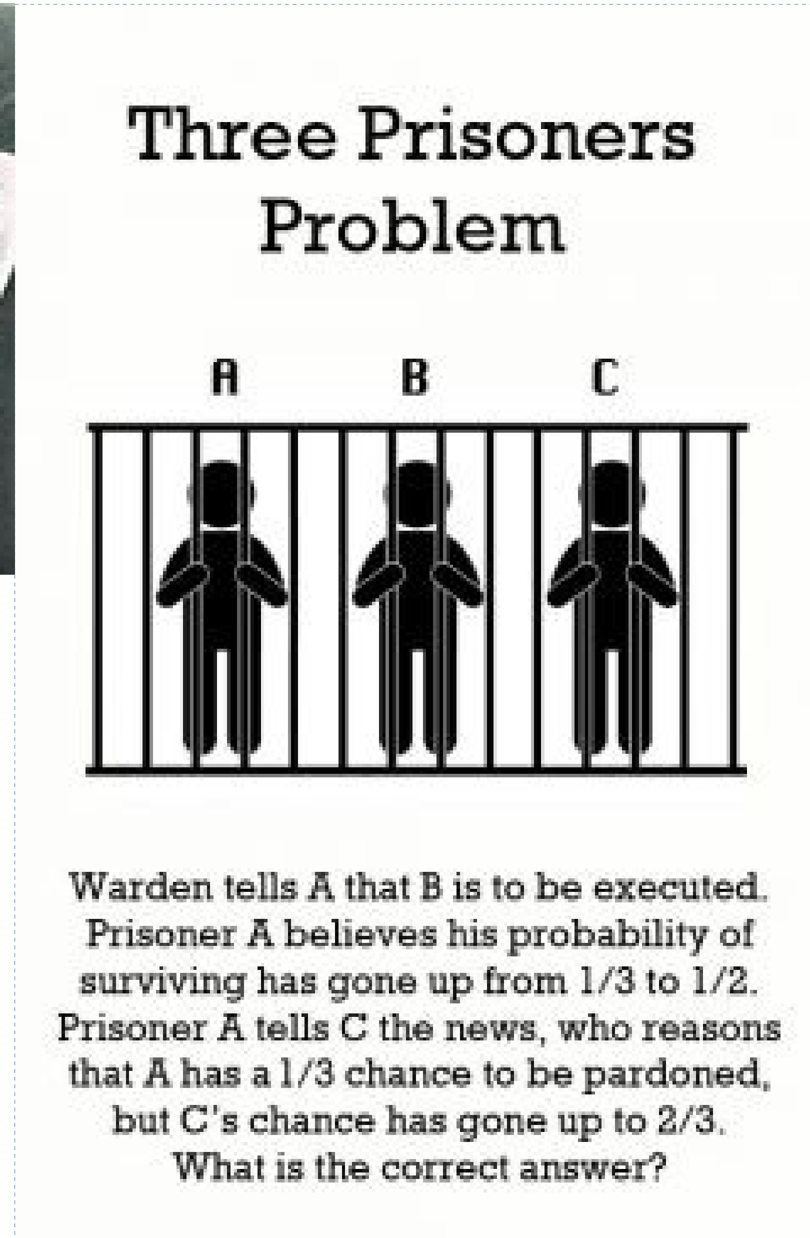
Martin Gardner (1914-2010) - EEUU

Divulgador científico y filósofo de la ciencia estadounidense, así como mago ilusionista, muy popular por sus libros de matemática recreativa.

Columna: Mathematical Games

Revista: Scientific American

Año: 1959

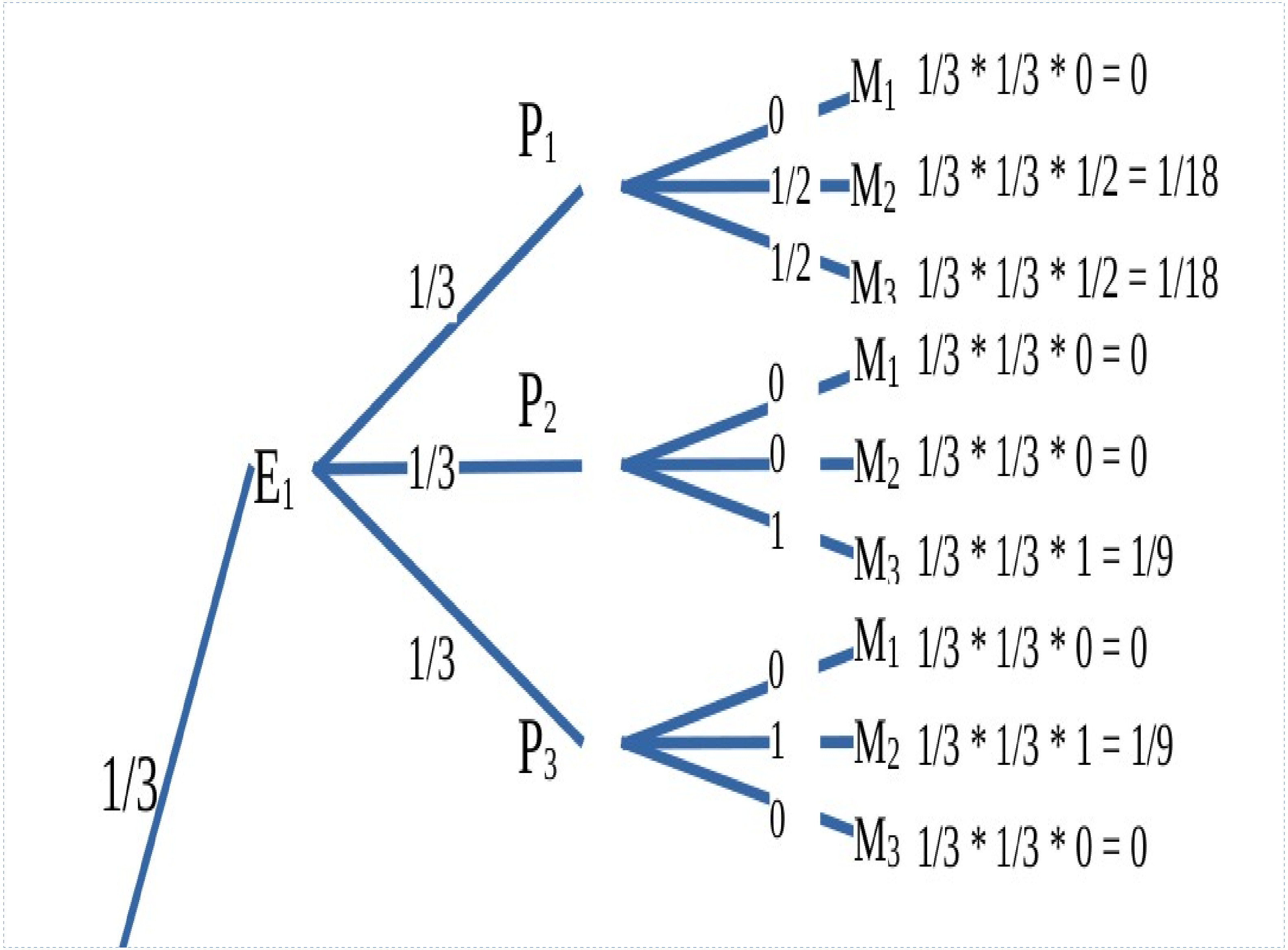


#MemeDeLaSemana

consultas: taulamet@unl.edu.ar

3

- **ENFOQUES**
  - **Intuitivo**
  - **Teórico**
  - **Empírico**


1/3
E1
1/3
1/3
1/3
P1
P2
P3
0
1/2
1/2
0
0
1
0
1
0
M1 1/3 * 1/3 * 0 = 0
M2 1/3 * 1/3 * 1/2 = 1/18
M3 1/3 * 1/3 * 1/2 = 1/18
M1 1/3 * 1/3 * 0 = 0
M2 1/3 * 1/3 * 0 = 0
M3 1/3 * 1/3 * 1 = 1/9
M1 1/3 * 1/3 * 0 = 0
M2 1/3 * 1/3 * 1 = 1/9
M3 1/3 * 1/3 * 0 = 0

Simulación *Monty Hall*

A	B	C	D	E	F	G	H
PUERTAS	1	2	3		**GANAR**	**FREC.**	**PROB.**
	Auto	Cabra	Cabra		S/C	328	32,80%
	Cabra	Auto	Cabra		C/C	672	67,20%
	Cabra	Cabra	Auto			1000	
PREMIO	1	0	0				
	0	1	0				
	0	0	1				
					POSIBLES MONTY		
		2	3		23		
	1		3		13		
	1	2			12		
PREMIO	ELEGIDA		MONTY		GANA	PIERDE	
2	2		3		1	0	
3	2		3		0	1	

consultas: taulamet@unl.edu.ar

¿Cómo pensar un ejercicio?

- **Interpretar el enunciado**
  - Pasar en limpio los Datos
  - Identificar Eventos y Espacio Muestral
  - **Definir y clasificar Variables Aleatorias**
  - Interrogantes

¡Nuevo!

- **Planteo**
- **Resolución**
- **Respuesta**

LOS SÍMBOLOS Y NOMBRES

- *Clasificación*
  - *Discreta*
    - *F. Masa / F. Cuantía* $f(x)$
    - *F. de Distribución* $\mathrm{F(x)}$
  - *Continua*
    - *F. de Densidad* $f(x)$
    - *F. de Distribución* $\mathrm{F(x)}$
- *Unidimensional* $f(x), F(x)$
- *Bidimensional* $f(x, y), F(x, y)$

CLASIFICACIÓN

	UNI	BIDI
DISCRETA		
CONTINUA		

LOS SÍMBOLOS Y NOMBRES

DISCRETAS	CONTINUAS
$f(x)$ cuantía	$f(x)$ densidad
Probabilidad	~~Probabilidad~~
$0 < f(x) < 1$	$0 < f(x)$
$F(x) \sum$	$F(x) \int$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

VARIABLES ALEATORIAS

Distribución de probabilidades

Ejercicio 1

La distribución de probabilidad de X: número de errores en un canal de transmisión es la siguiente:

x	0	1	2	3	4
f(x)	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

VARIABLES ALEATORIAS

x	0	1	2	3	4
f(x)	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

- *Condición de cierre* $\sum_{\forall i} f(x_i) = 1$
- *Función acumulativa*

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{\forall i / x_i \leq x} f(x_i)$$

- $P(a < x \leq b) = F(b) - F(a)$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Independencia

¿Son X e Y Independientes?

$$f(x_i, y_j) = f(x_i) * f(y_j)$$
$$\forall x_i, y_j$$

(1994-
2024)

30 años de la
Consagración Constitucional
de la Autonomía y Autarquía
Universitaria en Argentina.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL
LUX INDEFICIENS · 1919

FICH

ESTADÍSTICA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Clase#6 - Unidad 2 - *Variables Aleatorias*

Ingeniería en Informática – Ingeniería en Inteligencia Artificial

Año 2024

Prof. Juan Pablo Taulamet

consultas: taulamet@unl.edu.ar

VARIABLES ALEATORIAS

- Definición
- Clasificación
- Distribución de probabilidades
  - Funciones f(x) y F(x)
    - Los símbolos y los nombres
  - Momentos y propiedades
  - Funciones marginales
  - Independencia y condicionalidad

DEFINICIÓN

Una variable aleatoria es una función que asocia un número real con cada elemento del espacio muestral.

(WALPOLE et al, 2012, p. 81)

CLASIFICACIÓN

	UNI	BIDI
DISCRETA		
CONTINUA		

¿Cómo pensar un ejercicio?

- **Interpretar el enunciado**
  - Pasar en limpio los Datos
  - Identificar Eventos y Espacio Muestral.
  - **Definir y clasificar Variables Aleatorias**
  - Interrogantes
- **Planteo**
- **Resolución**
- **Respuesta**

¡Nuevo!

VARIABLES ALEATORIAS

Distribución de probabilidades

Ejercicio 1

La distribución de probabilidad de X: número de errores en un canal de transmisión es la siguiente:

x	0	1	2	3	4
f(x)	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

VARIABLES ALEATORIAS

Distribución de probabilidades

Ejercicio 1

Ejercicio 3

Se conoce que la duración (en días) de un disco rígido es una variable aleatoria que se distribuye según la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1000}{x^2} & \text{si } x > 1000 \\ 0 & \text{en otro rango} \end{cases}$$

LOS SÍMBOLOS Y NOMBRES

- *Clasificación*
  - *Discreta*
    - *F. Masa / F. Cuantía* $f(x)$
    - *F. de Distribución* $\mathrm{F(x)}$
  - *Continua*
    - *F. de Densidad* $f(x)$
    - *F. de Distribución* $\mathrm{F(x)}$
- *Unidimensional* $f(x), F(x)$
- *Bidimensional*

$$f(x, y), F(x, y)$$

$$f_x(x), f_y(y), F_x(x), F_y(y)$$

LOS SÍMBOLOS Y NOMBRES

DISCRETAS	CONTINUAS
$f(x)$ cuantía	$f(x)$ densidad
Probabilidad	~~Probabilidad~~
$0 < f(x) < 1$	$0 < f(x)$
$F(x) \sum$	$F(x) \int$

Función f(x): caso discreto

Condición de cierre

1. $f(x) \geq 0,$
2. $\sum_x f(x) = 1,$
3. $P(X = x) = f(x).$

(WALPOLE et al, 2012, p. 84)

Función f(x): caso continuo

1. $f(x) \geq 0$, para toda $x \in R$.

2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1$.

Condición de cierre

3. $P(a < X < b) = \int_{a}^{b} f(x)\, dx$.

(WALPOLE et al, 2012, p. 89)

Función F(x): caso discreto

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t),$$

$$\text{para} \quad -\infty < x < \infty.$$

(WALPOLE et al, 2012, p. 85)

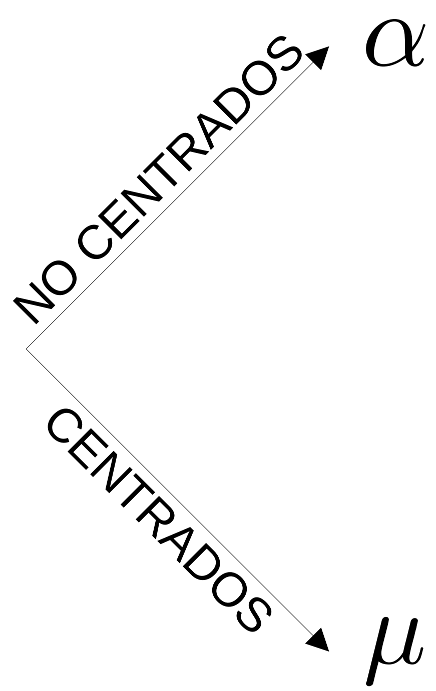
Función F(x): caso continuo

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\, dt,$$

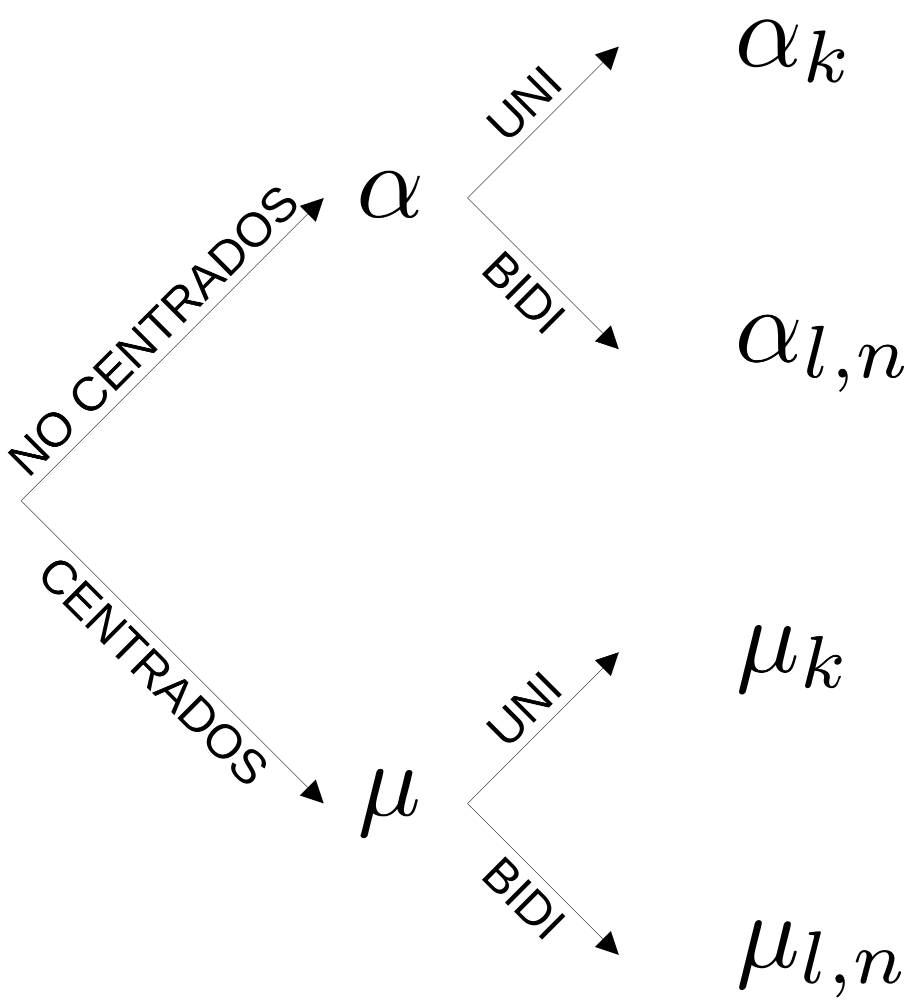
$$\text{para } -\infty < x < \infty.$$

(WALPOLE et al, 2012, p. 90)

MOMENTOS

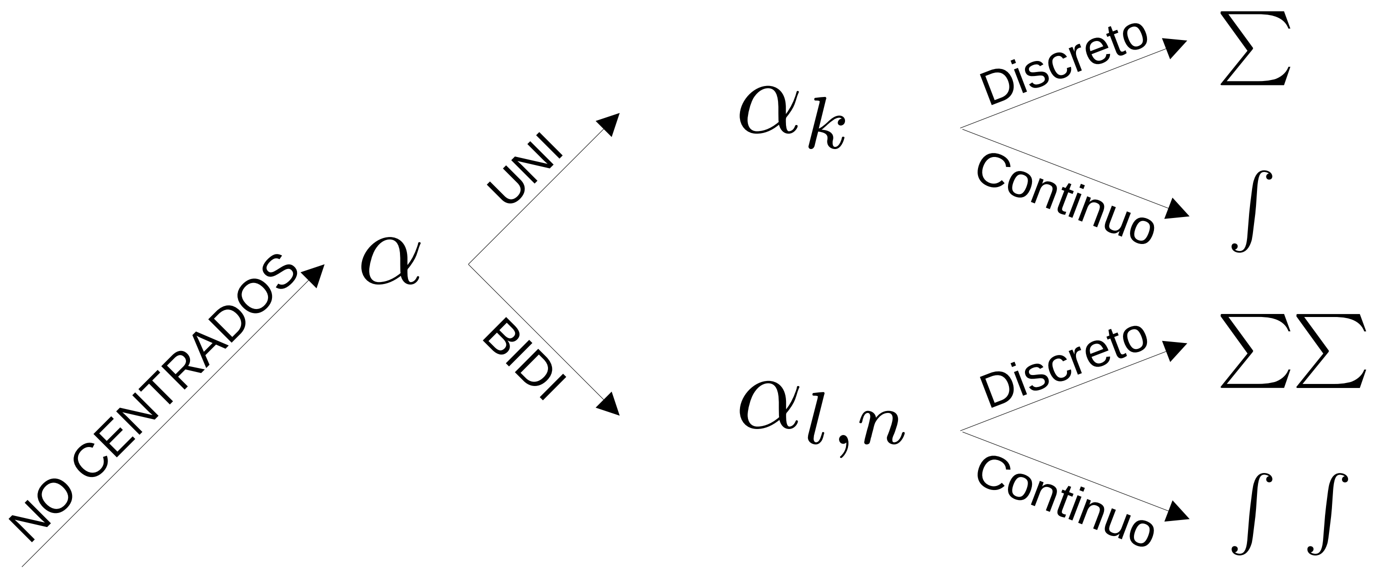


MOMENTOS



NO CENTRADOS
CENTRADOS
α
μ
UNI
BIDI
UNI
BIDI
α_k
$\alpha_{l,n}$
μ_k
$\mu_{l,n}$

MOMENTOS



consultas: taulamet@unl.edu.ar

MOMENTOS NO CENTRADOS

(No Centrados o Centrados con respecto al origen)

$Orden\ k$

$$\alpha_k \begin{cases} \xrightarrow{\text{Discreto}} \alpha_k = \sum_{\forall i} x_i^k . f(x_i) \\[2ex] \xrightarrow{\text{Continuo}} \alpha_k = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k . f(x)dx \end{cases}$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

MOMENTOS NO CENTRADOS

(No Centrados o Centrados con respecto al origen)

$Orden\ 1$

$$\begin{tikzcd} & \alpha_1 = \sum_{\forall i} x_i^1 . f(x_i) \\ \alpha_1 \arrow[ur, "\text{Discreto}"] \arrow[dr, "\text{Continuo}"'] & \\ & \alpha_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^1 . f(x) dx \end{tikzcd}$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

MOMENTOS NO CENTRADOS

(No Centrados o Centrados con respecto al origen)

$Orden\ 1$

$$\alpha_k \begin{cases} \xrightarrow{\text{Discreto}} \alpha_1 = \sum_{\forall i} x_i . f(x_i) \\ \\ \xrightarrow{\text{Continuo}} \alpha_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} x . f(x) dx \end{cases}$$

Propiedades - Condición de cierre

$$2.\ \sum_{x} f(x) = 1, \qquad 2.\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1.$$

Condición de cierre

α_0

Discreto:

$$\alpha_0 = \sum_{\forall i} x_i^0 . f(x_i)$$

Continuo:

$$\alpha_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^0 . f(x) dx$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

VARIABLES ALEATORIAS

$$P(a < x < b) = ?$$

VARIABLES ALEATORIAS

$$P(a < x < b) = ?$$

VARIABLES ALEATORIAS

$$P(a < x < b) = ?$$

CASO DISCRETO

x	0	1	2	3	4
f(x)	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

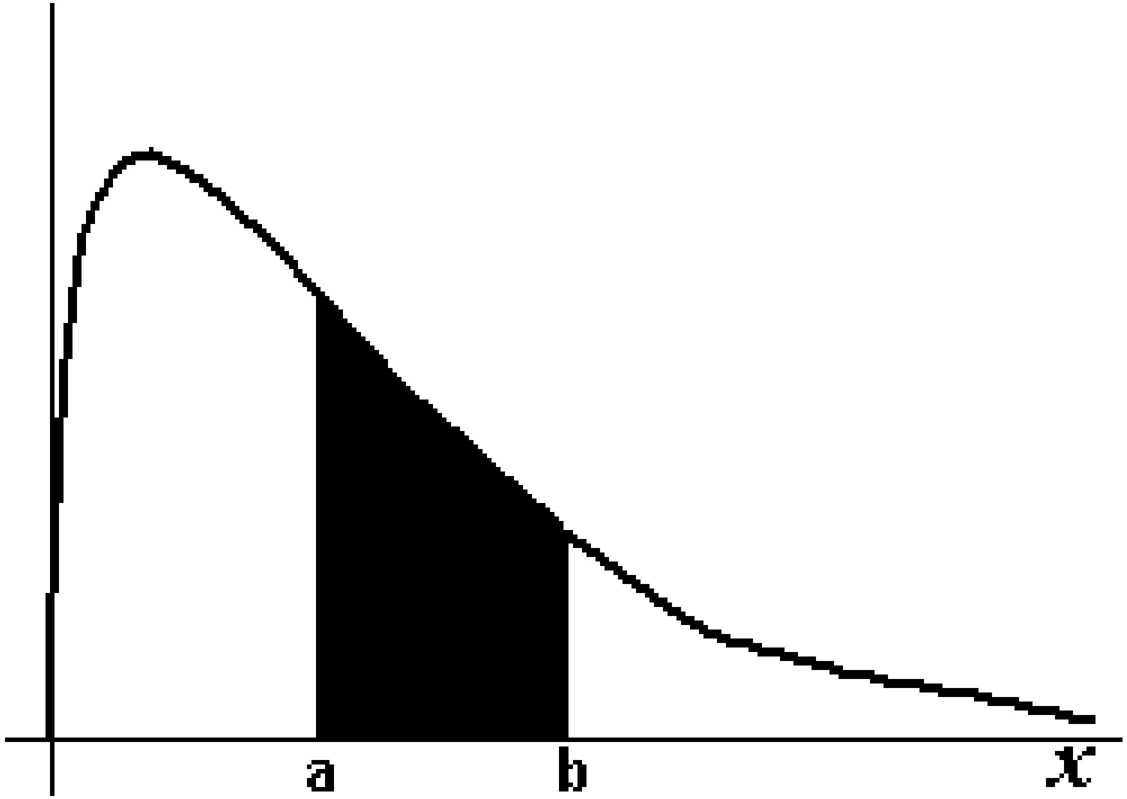
$$P(a < x \leq b) = F(b) - F(a)$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

VARIABLES ALEATORIAS

CASO CONTINUO

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x)dx$$



VARIABLES ALEATORIAS

CASO CONTINUO

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x)dx$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(z)dz$$

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a)$$

FUNCIONES MARGINALES

Un teodolito se clasifica de acuerdo al número de defectos de fabricación y a la fábrica que lo produce. Sean X e Y las variables aleatorias que representan respectivamente el número de defectos por unidad, con valores posibles 0, 1, 2 y 3; y el número de fábrica con valores posibles 1 y 2. La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidades conjuntas.

		x			
		0	1	2	3
y	1	1/8	1/16	3/16	1/8
	2	1/16	1/16	1/8	1/4

a) Determinar la distribución de probabilidad marginal de X y de Y.

consultas: taulamet@unl.edu.ar

FUNCIONES MARGINALES

Un teodolito se clasifica de acuerdo al número de defectos de fabricación y a la fábrica que lo produce. Sean X e Y las variables aleatorias que representan respectivamente el número de defectos por unidad, con valores posibles 0, 1, 2 y 3; y el número de fábrica con valores

Las **distribuciones marginales** sólo de X y sólo de Y son

$$g(x) = \sum_y f(x, y) \quad \text{y} \quad h(y) = \sum_x f(x, y)$$

para el caso discreto, y

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\, dy \quad \text{y} \quad h(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\, dx$$

para el caso continuo.

consultas: taulamet@unl.edu.ar

(1994–2024)

30 años de la Consagración Constitucional de la Autonomía y Autarquía Universitaria en Argentina.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

LUX INDEFICIENS · 1919

FICH

ESTADÍSTICA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Clase#8 - Unidad 3 - *Características*

Ingeniería en Informática – Ingeniería en Inteligencia Artificial

Año 2024

Prof. Juan Pablo Taulamet

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Cronograma previsto

- *16/04 Teórico/Práctico Guía 2B*
- *17/04 Teórico/Práctico Guía 3*
- *23/04 Teórico/Práctico Modelos*
- *24/04 Práctica Guía 4A*
- *30/04 Práctica Guía 4B*
- *01/05 Feriado*
- *07/05 Repaso general*
- *08/05 Primer Parcial*

consultas: taulamet@unl.edu.ar

PROGRAMA ANALÍTICO

UNIDAD III : CARACTERÍSTICAS
3.1 - **Características y Momentos** de una distribución de probabilidades.

consultas: taulamet@unl.edu.ar

PROGRAMA ANALÍTICO

UNIDAD III : CARACTERÍSTICAS
3.1 - **Características y Momentos** de una distribución de probabilidades.

3.1.1 - Medidas de la Tendencia Central.
3.1.2 - Momentos - Medidas de Variabilidad.
3.1.3 - Medidas de Asimetría.
3.1.4 - Medidas de Kurtosis.

CARACTERÍSTICAS

"Existen una serie de números que resumen las <u>características</u> dominantes del comportamiento de una variable aleatoria."

(Vanlesberg, 2021, Apuntes de Teoría)

CLASIFICACIÓN

- TENDENCIA CENTRAL
- VARIABILIDAD
- FORMA
  - ASIMETRÍA
  - CURTOSIS

Recorrido Propuesto

- TENDENCIA CENTRAL
- MOMENTOS
- VARIABILIDAD
- FORMA
  - ASIMETRÍA
  - CURTOSIS

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Recapitulando...

DISCRETAS	CONTINUAS
$f(x)$ cuantía	$f(x)$ densidad
Probabilidad	~~Probabilidad~~
$0 < f(x) < 1$	$0 < f(x)$
$F(x) \sum$	$F(x) \int$

Recapitulando...

	UNI	BIDI
DISCRETA		
CONTINUA		

CARACTERÍSTICAS

- TENDENCIA CENTRAL
  - PROMEDIOS
  - UBICACIÓN

CARACTERÍSTICAS

- TENDENCIA CENTRAL
  - PROMEDIOS
  - UBICAC

Promedios

a- Esperanza matemática
b- Media geométrica
c- Media armónica

Medidas de ubicación

a- Mediana
b- Modo
c- Cuantiles

- TENDENCIA CENTRAL
  - PROMEDIOS
    - ESPERANZA MATEMÁTICA

$$E(X) \begin{cases} \xrightarrow{\text{Caso Discreto}} \displaystyle\sum_{\forall i} x_i . f(x_i) \\[2ex] \xrightarrow{\text{Caso Continuo}} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx \end{cases}$$

ESTADÍSTICA
DIAPOSITIVAS DE EJEMPLO

Unidad 3 – *Características*

Ingenierías en Recursos Hídricos / Ambiental / Agrimensura

Año 2022

Prof. Juan Pablo Taulamet

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Para rellenar una zona baja aledaña a un río, se utilizan dos camiones: A y B. La distribución de la carga diaria (en tn) transportada por cada camión se puede adaptar a la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{52} & \text{si } 11 < x < 15 \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

¿Se podrá decir cuál es el valor medio de carga de cada camión?¿Alcanza con sólo este valor para caracterizar a las cargas? ¿Qué más se podría calcular?

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Antes que nada...

¿Es una función de densidad válida?:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{52} & \text{si } 11 < x < 15 \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

- ¿Definida para todo posible x?
- ¿No negativa para todo posible x?
- ¿Cumple la condición de cierre?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{52} & \text{si } 11 < x < 15 \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot dx =$$

$$\int_{\infty}^{11} 0dx + \int_{11}^{15} \frac{x}{52} dx + \int_{15}^{\infty} 0dx =$$

$$0 + \frac{x^2}{52 * 2}\Bigg|_{11}^{15} dx + 0 = 1$$

Lo último que se pierde...

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{52} & \text{si } 11 < x < 15 \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot dx =$$

$$\int_{-\infty}^{11} x0dx + \int_{11}^{15} \frac{x^2}{52} dx + \int_{15}^{\infty} x0dx =$$

$$0 + \frac{x^3}{52 * 3}\Big|_{11}^{15} dx + 0 => E(X) \approx 13.10$$

Propiedades de la Esperanza

Destacamos las siguientes

$$\begin{tikzcd} & \sum_{\forall i} x_i . f(x_i) \\ E(X) \arrow[ur, "\text{Caso Discreto}"] \arrow[dr, "\text{Caso Continuo}"'] & \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} x . f(x) dx \end{tikzcd}$$

$$E(c) = c$$

$$E(cX) = cE(X)$$

$$E(a + bX) = a + bE(X)$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Propiedades de la Esperanza

Ejercicio 2

La producción de trigo en una determinada región es una variable aleatoria X (en miles de toneladas) cuya distribución está caracterizada por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{22}(x+3)(2-x) & \text{para } 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

El beneficio por cada mil toneladas producidas se obtiene como función de la cantidad producida resulta $B = 5000X - 1000$. ¿Cuál es el beneficio esperado?

$$E(a + bX) = a + bE(X)$$

Próximo frío...

FALSO LOCRO - MAYO ‘21

Se viene mayo...

INGREDIENTES

500 g de maíz blanco pisado

500 g de carne, falda o tira de asado

Media calabaza

2 cebollas

1 chorizo ahumado con astillas de nogal por porción

½ kilo de zanahoria

[...]

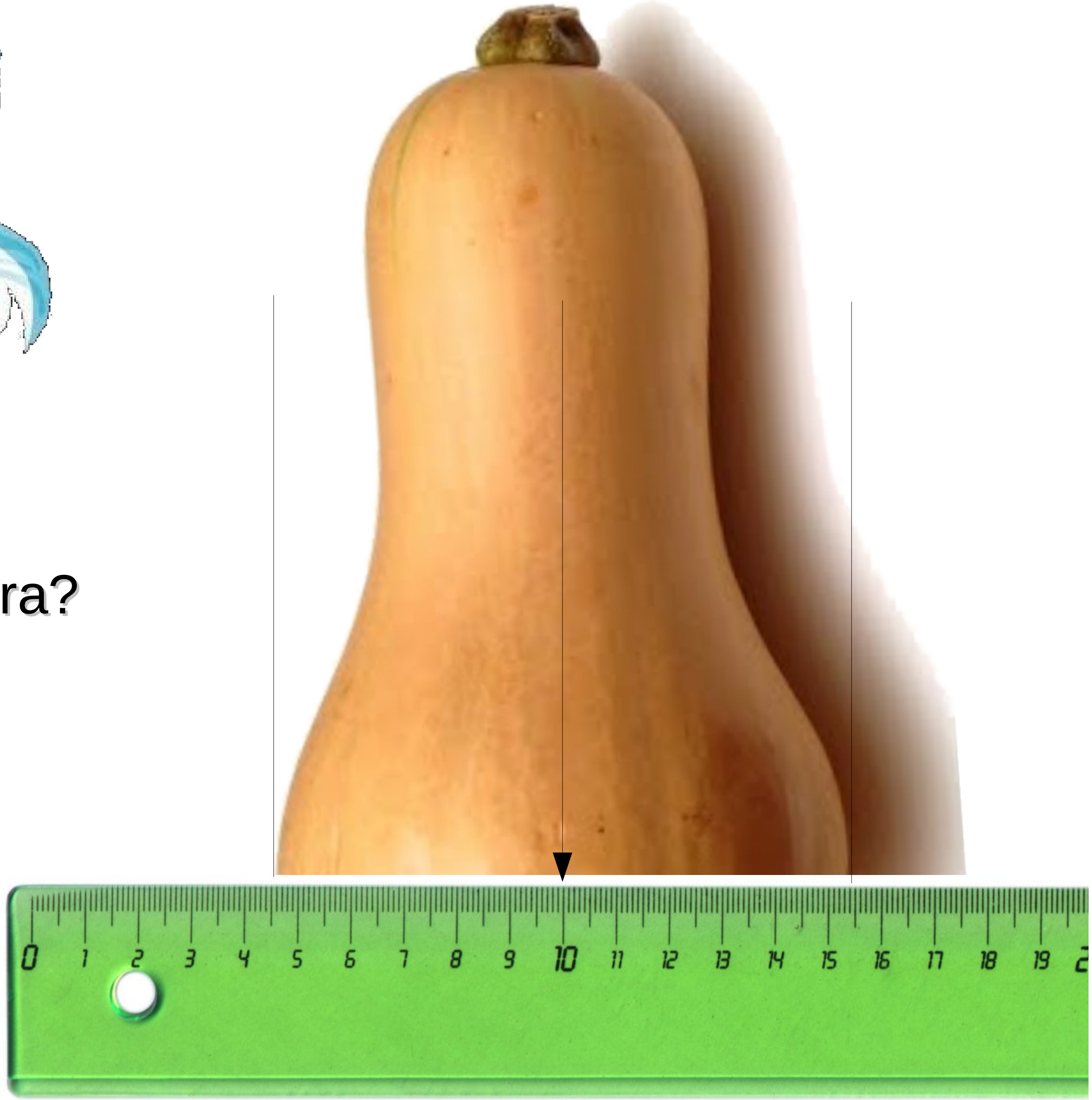
Mitad de la longitud

versus

Mitad del peso

consultas: taulamet@unl.edu.ar

¿Y Ahora?



CARACTERÍSTICAS

- TENDENCIA CENTRAL
  - PROMEDIOS
    - ESPERANZA
  - UBICACIÓN
    - MEDIANA

Centro
de masa de la
distribución

Mitad
de la probabilidad
acumulada

- TENDENCIA CENTRAL
  - PROMEDIOS
  - UBICACIÓN
    - MEDIANA

$$Mediana \begin{cases} \xrightarrow{\text{Caso Discreto}} \displaystyle\sum_{i=1*}^{Mediana} f(x_i) = 0.5 \\ \xrightarrow{\text{Caso Continuo}} \displaystyle\int_{-\infty}^{Mediana} f(x)dx = 0.5 \end{cases}$$

**Suponiendo que el primer valor de X sea 1*

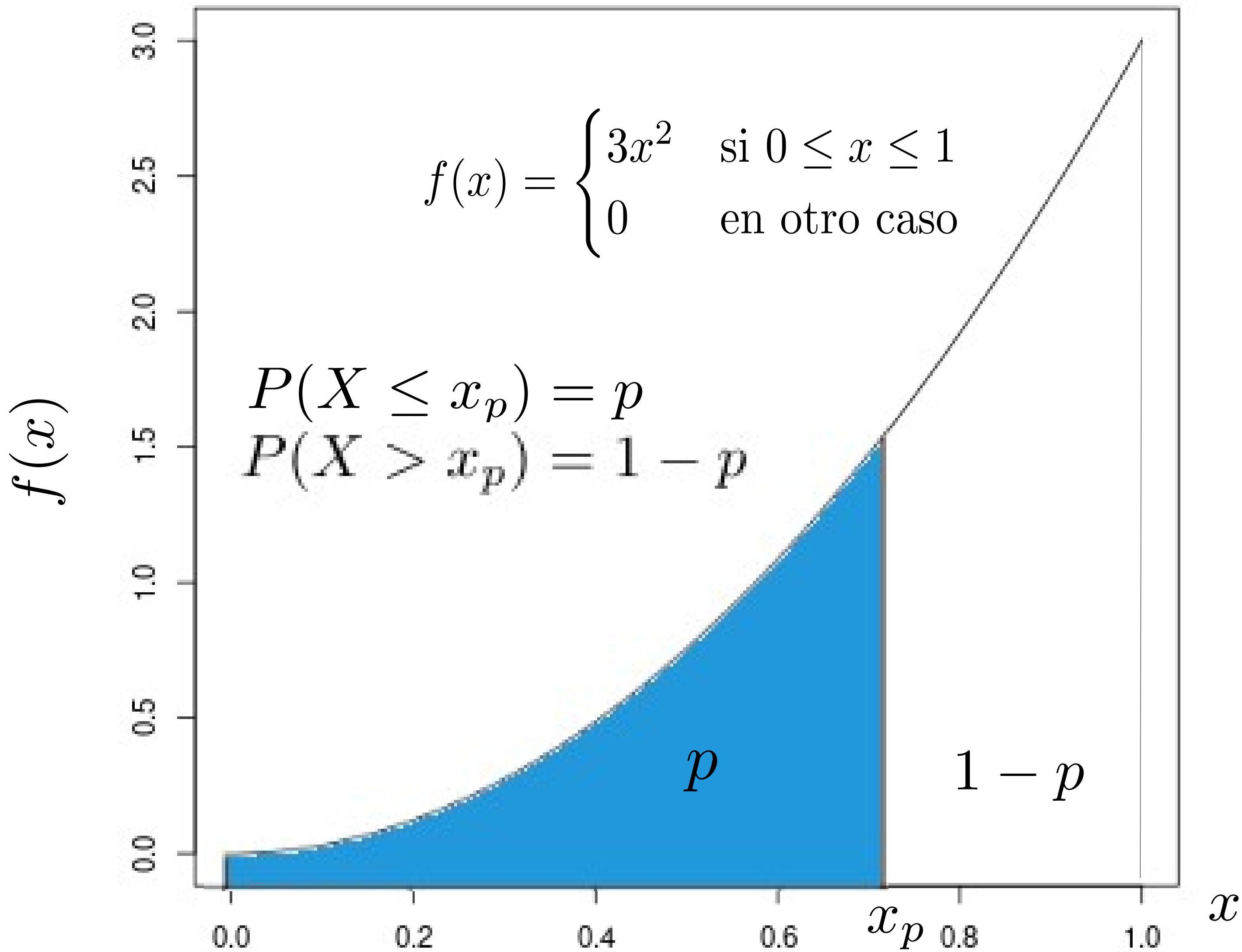
➢ MEDIDAS DE UBICACIÓN

➢ CUANTILES

*Se denomina **cuantil de orden p** (siendo p un número perteneciente al intervalo [0,1]) al valor de la variable Xp que cumple con al menos una de las siguientes condiciones:*

$$P(X \leq x_p) = p$$
$$P(X > x_p) = 1 - p$$

Ejemplo: Cuantil de orden *p*



- MEDIDAS DE UBICACIÓN
  - CUANTILES

Dividen la distribución en partes con igual probabilidad y los veremos en cuatro grupos:*

$$
\begin{aligned}
&MEDIANA\\
&CUARTILES\ Q_i\\
&DECILES\ D_i\\
&PORCENTILES\ P_i
\end{aligned}
$$

*Pueden existir otros, como los Terciles o los Quintiles.

CUANTILES

Existen algunas equivalencias

$$MEDIANA = \mathrm{Q}_2 = D_5 = P_{50}$$

$$CUARTILES\ Q_i : Q_1 = P_{25}; Q_2 = P_{50}; Q_3 = P_{75};$$

$$DECILES\ D_i : D_1 = P_{10}; D_2 = P_{20}; ...; D_9 = P_{90};$$

$$PORCENTILES\ P_i : Todos\ los\ anteriores.$$

**Pueden existir otros, como los Quintiles.*

consultas: taulamet@unl.edu.ar

$$Mediana \xrightarrow{\text{Caso Discreto}} \sum_{i=1*}^{Mediana} f(x_i) = 0.5$$

$$Mediana \xrightarrow{\text{Caso Continuo}} \int_{-\infty}^{Mediana} f(x)dx = 0.5$$

$$Percentil\ P_i \xrightarrow{\text{Caso Discreto}} \sum_{j=1*}^{P_i} f(x_j) = i$$

$$Percentil\ P_i \xrightarrow{\text{Caso Continuo}} \int_{-\infty}^{P_i} f(x)dx = i$$

**Suponiendo que el primer valor de X sea 1*

- MEDIDAS DE UBICACIÓN
    - MODO

El ***modo o la moda*** *Es el valor de la variable aleatoria que se corresponde con el máximo de la función de probabilidad:*

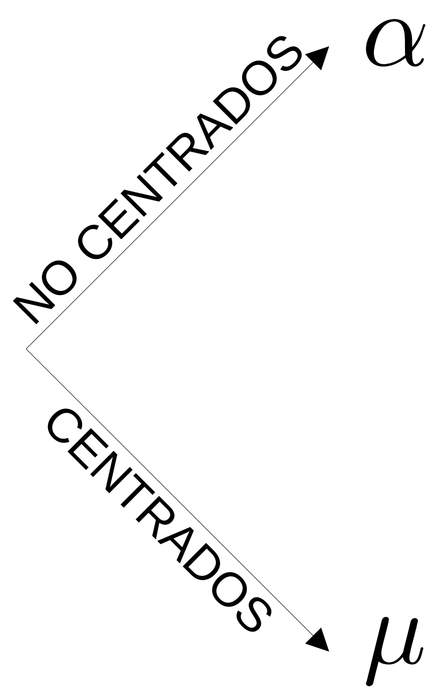
Caso Discreto

$$M_x \quad \overset{n}{\underset{i=1}{}} \; f(x_i)$$

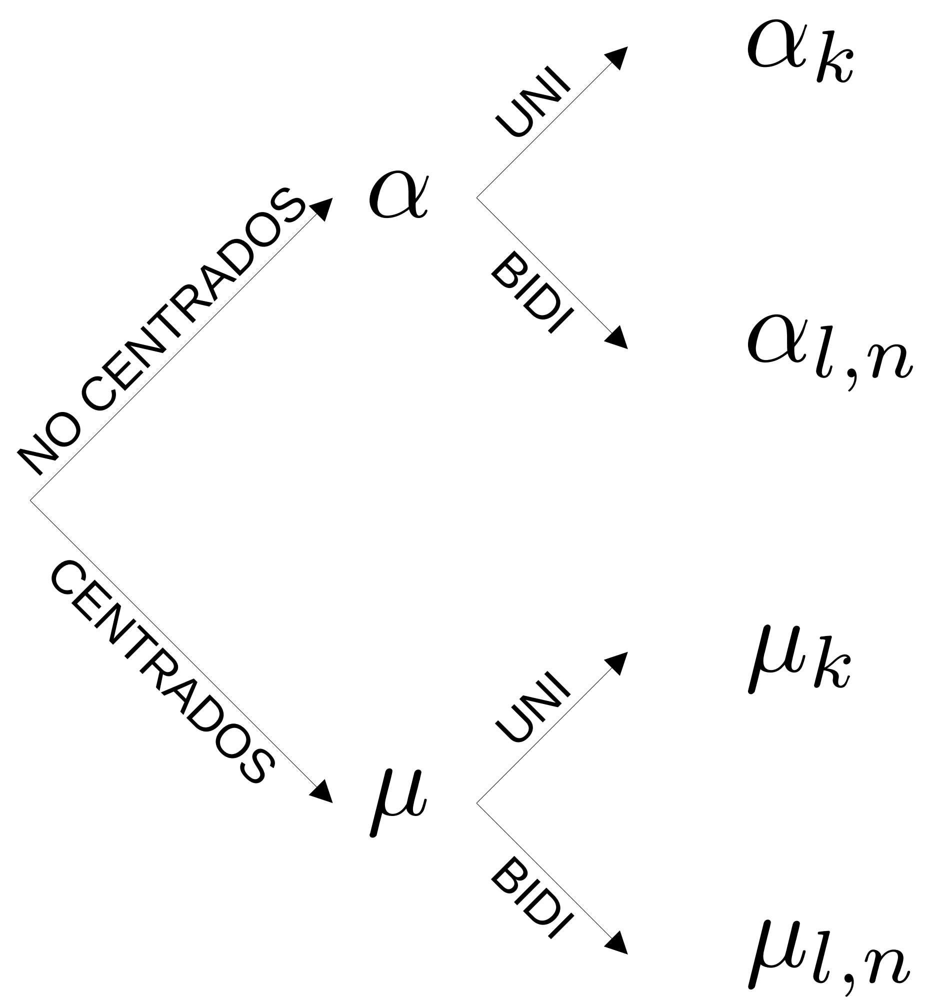
Caso Continuo

$$\frac{df(x)}{dx} = 0 \ y \ \frac{d^2 f(x)}{dx} \leq 0$$

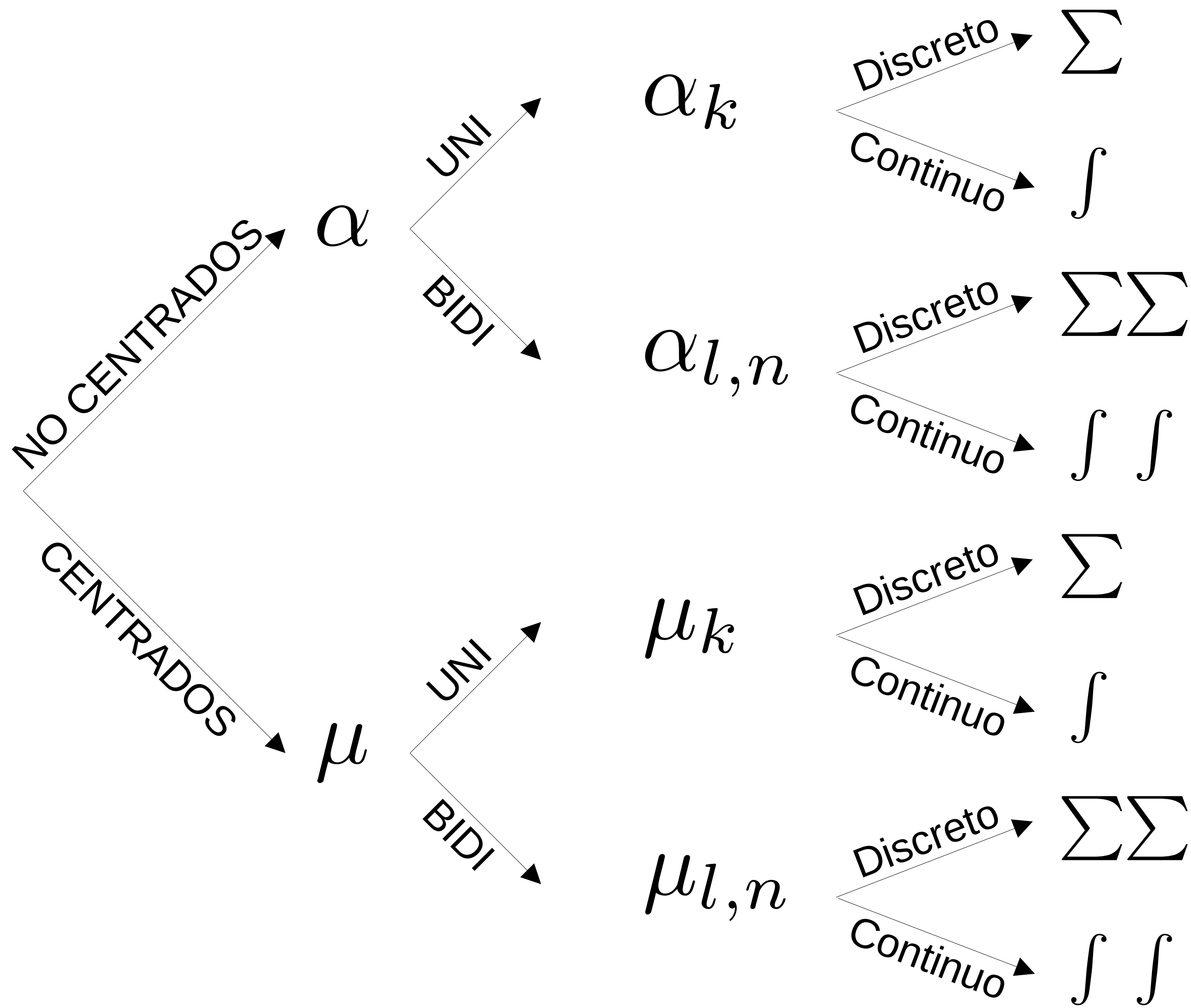
MOMENTOS



MOMENTOS


NO CENTRADOS
CENTRADOS
α
μ
UNI
BIDI
UNI
BIDI
α_k
$\alpha_{l,n}$
μ_k
$\mu_{l,n}$

MOMENTOS



NO CENTRADOS
CENTRADOS
α
μ
UNI
BIDI
UNI
BIDI
α_k
$\alpha_{l,n}$
μ_k
$\mu_{l,n}$
Discreto
Continuo
Discreto
Continuo
Discreto
Continuo
Discreto
Continuo
$\sum$
$\int$
$\sum\sum$
$\int\int$
$\sum$
$\int$
$\sum\sum$
$\int\int$

MOMENTOS

No Centrados o Centrados con respecto al origen

$Orden\ k$

$$\alpha_k = E(X^k)$$

Discreto: $$\alpha_k = \sum_{\forall i} x_i^k . f(x_i)$$

Continuo: $$\alpha_k = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k . f(x) dx$$

MOMENTOS

No Centrados o Centrados con respecto al origen

$Orden\ 1$

$$\alpha_1 = E(X^1) \begin{cases} \xrightarrow{\text{Discreto}} \alpha_1 = \sum_{\forall i} x_i^1 . f(x_i) \\ \xrightarrow{\text{Continuo}} \alpha_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^1 . f(x) dx \end{cases}$$

MOMENTOS

No Centrados o Centrados con respecto al origen

$$Orden\ 1$$

$$\alpha_1 = E(X)$$

Discreto

$$\alpha_1 = \sum_{\forall i} x_i . f(x_i)$$

Continuo

$$\alpha_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} x . f(x) dx$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

MOMENTOS

No Centrados o Centrados con respecto al origen

$Orden\ 2$

$$\alpha_2 = E(X^2)$$

Discreto

$$\alpha_2 = \sum_{\forall i} x_i^2 . f(x_i)$$

Continuo

$$\alpha_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 . f(x) dx$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

MOMENTOS

Centrados (con respecto al valor medio)

$$\mu_k = E[(X - E[X])^k]$$

$$\mu_k = E[(X - \mu)^k]$$

$$Orden\ k$$

$$\mu_k \begin{cases} \xrightarrow{\text{Discreto}} & \mu_k = \sum_{\forall i} (x_i - \mu)^k . f(x_i) \\ \xrightarrow{\text{Continuo}} & \mu_k = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^k . f(x) dx \end{cases}$$

VARIABILIDAD

- RANGO (Máx - Mín)
- VARIANZA
- DESVÍO
- COEF. DE VARIABILIDAD

VARIANZA

$$Var(X) = \sigma^2 = E[(X - E[X])^2]$$

$$Var(X) = \sigma^2 = E[(X - \mu)^2]$$

Discreto

$$Var[X] = \sum_{\forall i} (x_i - E[X])^2 f(x_i)$$

Continuo

$$Var[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[X])^2 f(x)dx$$

VARIANZA

Forma resumida

$$\begin{aligned}
\mathrm{Var}(X) &= \mathbf{E}[(X-\mu)^2] \\
&= \mathbf{E}[(X^2 - 2X\mu + \mu^2)] \\
&= \mathbf{E}[X^2] - 2\mu\,\mathbf{E}[X] + \mu^2 \\
&= \mathbf{E}[X^2] - 2\mu^2 + \mu^2 \\
&= \mathbf{E}[X^2] - \mu^2 \\
&= \mathbf{E}[X^2] - \mathbf{E}^2[X]
\end{aligned}$$

Para rellenar una zona baja aledaña a un río, se utilizan dos camiones: A y B. La distribución de la carga diaria (en tn) transportada por cada camión se puede adaptar a la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{52} & \text{si } 11 < x < 15 \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

¿Se podrá decir cuál es el valor medio de carga de cada camión?**¿Alcanza con sólo este valor para caracterizar a las cargas? ¿Qué más se podría calcular?**

consultas: taulamet@unl.edu.ar

¿Variabilidad?

$$D(X) = \sqrt{V(X)}; V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$E(X^2) = \int_{11}^{15} x^2 \cdot \frac{x}{52} dx = \int_{11}^{15} \frac{x^3}{52} dx =$$

$$\frac{x^4}{52 * 4}\Bigg|_{11}^{15} dx = 173) => V(X) = 173 - 13.10^2 =$$

$$V(X) \approx 1.39 => D(X) \approx 1.18$$

CARACTERÍSTICAS Y MOMENTOS

$$E(X) = \mu = \alpha_1$$

$$V(X) = \sigma^2 = \mu_2$$
$$V(X) = \sigma^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2$$

$$\alpha_0 = E(1) = 1$$

$$\mu_0 = E(1) = 1$$

$$\mu_1 = E(x - \mu)) = 0$$

Propiedades de la Varianza

$$Var(C) = 0$$

$$E[C - E(C)]^2 = E[C - C]^2 = E(0) = 0$$

Propiedades de la Varianza

$$Var(CX) = C^2 Var(X)$$

$$E[CX - E(CX)]^2 = E[CX - CE(X)]^2 =$$

$$= E\{[C.(X - E(X))]^2\} = E\{C^2.[X - E(X)]^2\} =$$

$$= C^2 E[X - E(X)]^2 = C^2 Var(X)$$

Propiedades de la Varianza

Discreto

$$Var[X] = \sum_{\forall i} (x_i - E[X])^2 f(x_i)$$

Continuo

$$Var[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[X])^2 f(x)dx$$

$$Var(C) = 0$$

$$Var(CX) = C^2 Var(X)$$

$$Var(a + bX) = Var(a) + Var(bx) = 0 + b^2 Var(X)$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

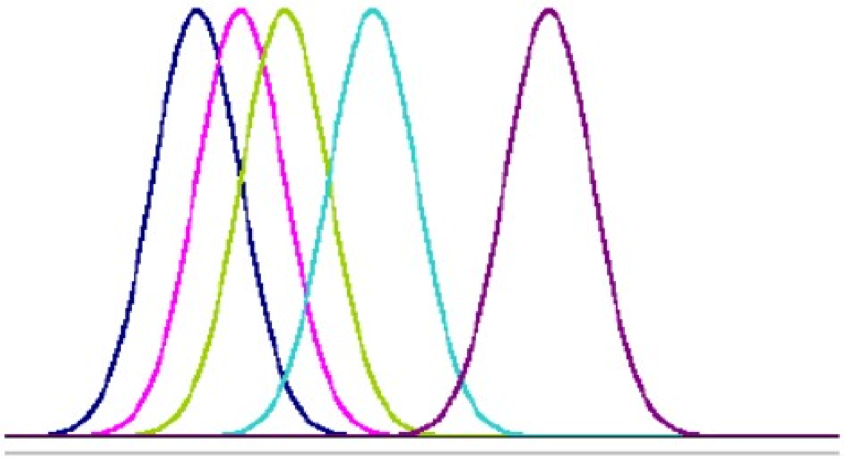
DESVÍO ESTÁNDAR y CV

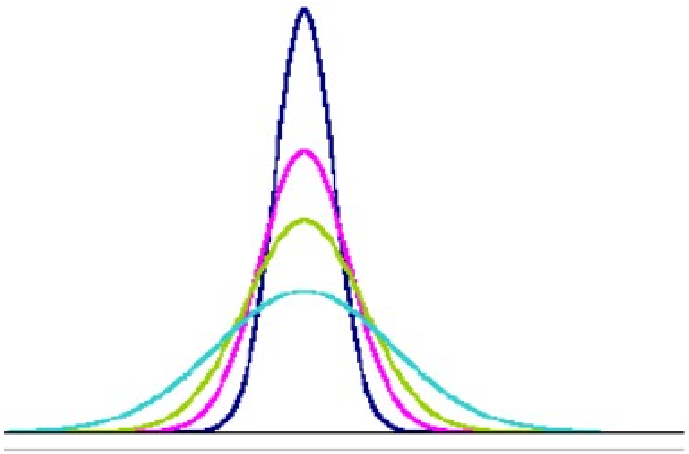
$$\sigma_x = +\sqrt{Var(X)}$$

$$\sigma_x = +\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1^2}$$

$$C_v = \frac{\sigma(X)}{E(X)}$$

VARIACIONES DE E(X) Y V(X)





(1994-2024)
30 años de la Consagración Constitucional de la Autonomía y Autarquía Universitaria en Argentina.

ESTADÍSTICA
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Clase#10 - Unidad 4 – *Modelos Probabilísticos*

Ingeniería en Informática – Ingeniería en Inteligencia Artificial

Año 2024

Prof. Juan Pablo Taulamet

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Cronograma previsto

- *16/04 Teórico/Práctico Guía 2B*
- *17/04 Teórico/Práctico Guía 3*
- *23/04 Teórico/Práctico Modelos*
- *24/04 Práctica Guía 4A*
- *30/04 Práctica Guía 4B*
- *01/05 Feriado*
- *07/05 Repaso general*
- *08/05 Primer Parcial*

PLANTEO

- NOCIONES DE PROBABILIDAD
- IDENTIFICAR EVENTOS
- RELACIONES
- IDENTIFICAR Y DEFINIR VARIABLES
- CLASIFICARLAS
- CARACTERIZARLAS
- ¿SIGUE ALGÚN MODELO PROBABILÍSTICO?

consultas: taulamet@unl.edu.ar

¿CÓMO ABORDAR LA GUÍA 4A?

- MODELOS DISCRETOS
  - BERNOULLI
  - BINOMIAL
  - GEOMÉTRICO
  - POISSON
  - HIPERGEOMÉTRICO (+ COMBIN)

TABLAS & PROGRAMAS

GUÍA 4A Y GUÍA 4B

- MODELOS DISCRETOS
  - BERNOULLI
  - BINOMIAL
  - GEOMÉTRICO
  - POISSON
  - HIPERGEOMÉTRICO

- MODELOS CONTINUOS
  - EXPONENCIAL
  - ~~GAMA~~
  - NORMAL
  - ~~LOGNORMAL~~
  - ~~RELACIONADOS AL NORMAL~~
  - DE VALORES EXTREMOS

Un reciente estudio revela que el 40% de los adultos están a favor de un control de contaminación del aire y acústica en una ciudad. Si se seleccionaran 5 adultos aleatoriamente:

a) Determine la probabilidad de que ninguno esté a favor del citado control.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que como máximo 3 estén a favor del control?
c) ¿Cuál el valor esperado de adultos seleccionados que están a favor del control?

Ensayo de Bernoulli

Éxito o Fracaso

Experimento: Se le consulta a un adulto su opinión sobre el control ambiental:

A: El adulto está a favor

~A: El adulto está en contra

Datos

"...el 40% de los adultos están a favor de un control ambiental..."

En este caso: Éxito → A Favor

E: El adulto está a favor del control

- 5 Adultos
- $P(E) = 0{,}40$

Interrogante a)

Si se seleccionan 5 adultos al azar:

¿Determine la probabilidad de que **ninguno** esté a favor del citado control?

Si X: “Número de adultos a favor”

$$P(X=0) = ?$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Planteo a)

X: Número de adultos a favor

X → V.A Discreta

X → Unidimensional

X ~ ?

Planteo a)

X: Número de de adultos a favor (V.A. Discreta)

X $\rightarrow$ V.A Discreta

X $\rightarrow$ Unidimensional

X ~ Binomial(n=5, p=0,40)

$$P(X=0)=\binom{n}{x}\mathrm{p}^x(1-p)^{n-x}=\binom{5}{0}0,40^0*0,60^5$$

$$P(X=0)=0,078 \quad =binomdist(0;5;0,40;1)$$

Interrogante b)

Si se seleccionan 5 adultos al azar:

¿Determine la probabilidad de que **como máximo 3** estén a favor del citado control?

Si X: “Número de adultos a favor”

$$P(X \leq 3) = ?$$

Planteo b)

X: Número de de adultos a favor (V.A. Discreta)

X → V.A Discreta

X → Unidimensional

X ~ Binomial(n=5, p=0,40)

$$P(X \leq 3) = \sum_{i=0}^{3} \binom{n}{x_i} \ \mathrm{p}_i^{x} (1-p)^{n-x_i}$$

$$P(X \leq 3) = 0,91 \qquad = binomdist(3;5;0,40;1)$$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Interrogante c)

Si se seleccionan 5 adultos al azar:

¿Cuál es el **valor esperado** de adultos a favor del control?

Si X: “Número de adultos a favor”

$$E(X) = ?$$

Planteo c)

Si se seleccionan 5 adultos al azar:

¿Cuál es el **valor esperado** de adultos a favor del control?

Si X: “Número de adultos a favor”

Si X ~Binom

$E(X) = n*p = 5*0{,}40 = 2$

consultas: taulamet@unl.edu.ar

Respuestas

a) La probabilidad de que ninguno esté a favor del citado control es 0,078.

b) La probabilidad de que como máximo 3 estén a favor del control es 0,91.

c) El valor esperado de adultos seleccionados que están a favor del control es 2.

GUÍA 4A Y GUÍA 4B

- MODELOS DISCRETOS
  - BERNOULLI
  - BINOMIAL
  - GEOMÉTRICO
  - POISSON
  - HIPERGEOMÉTRICO

- MODELOS CONTINUOS
  - EXPONENCIAL
  - GAMA
  - NORMAL
  - LOGNORMAL
  - ~~RELACIONADOS AL NORMAL~~
  - DE VALORES EXTREMOS

MODELO EXPONENCIAL

Este modelo surge al considerar el ***tiempo transcurrido hasta*** la primera ocurrencia de un evento que pueda ser considerado como un proceso de Poisson.

MODELO EXPONENCIAL

Este modelo surge al considerar el ***tiempo transcurrido hasta*** la primera ocurrencia de un evento que pueda ser considerado como un proceso de *Poisson*.

Recordemos:

El modelo *Poisson* considera la **cantidad de veces** que sucede un evento en un período de tiempo.

RELACIÓN ENTRE MODELOS EXPONENCIAL - POISSON

Consideremos un evento *A* de tipo *Poisson y sea:*

$$\text{X: "Cantidad de veces que sucede A en un tiempo K"}$$

Tal como se ha visto,

$$\mathrm{X} \sim Poisson \qquad E(X) = \lambda_k$$

Luego, la probabilidad de que no se produzcan eventos A en el intervalo de tiempo K se puede obtener como:

$$P(X = 0) = \frac{e^{-\lambda} * \lambda^0}{0!} = e^{-\lambda}$$

RELACIÓN ENTRE MODELOS EXPONENCIAL - POISSON

Consideremos ahora la variable *T* definida como:

$$\text{T: ''Tiempo hasta el primer evento A''}$$

Resulta interesante que pensar la probabilidad de que *T* supere al tiempo *K*, es equivalente a pensar la probabilidad de que no se produzca ningún evento A en el período de tiempo *K*, en símbolos:

$$P(X = 0) = P(T > K)$$

Con lo cual:

$$P(T > K) = e^{-\lambda}$$

RELACIÓN ENTRE MODELOS EXPONENCIAL - POISSON

Consideremos ahora la variable *T* definida como:

$$\text{T:“Tiempo hasta el primer evento A”}$$

De igual forma, si consideramos ahora una fracción *t* del período de tiempo estudiado (siendo *t* positivo):

$$P(T > t); t > 0$$

Tendremos entonces:

$$P(X = 0) = e^{-\lambda t}$$
$$P(T > t) = e^{-\lambda t}$$

MODELO EXPONENCIAL

Resumiendo, sea X ~ exponencial:

$$P(X > x) = e^{-\lambda x}$$

Luego, por probabilidad contraria:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{para } x > 0 \end{cases}$$

derivando,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{para } x > 0 \end{cases}$$

$$\mathrm{E(X)} = 1 \,/\, \lambda * \qquad \mathrm{V(X)} = 1/\, \lambda^2 *$$

**Demostraciones en apuntes de teoría*

Normal	$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$
Normal estándar	$$f(z)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}z^2}$$
Normal	$$F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}dt$$
Normal estándar	$$F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}e^{-\frac{1}{2}t^2}dt$$

$E(x)=\mu$	$Var(x)=\sigma^2$	μ σ
$E(z)=0$	$Var(z)=1$	$z=\dfrac{x-\mu}{\sigma}$ $\mu=0$ $\sigma=1$